

T.C. Balıkesir Üniversitesi
Endüstri Mühendisliği Bölümü

EMM4129 ÇİZELGELEME

(Akış Tipi ve Atölye Tipi Çizelgeleme - Matematiksel Modeller)

Doç. Dr. İbrahim KÜÇÜKKOÇ
Web: <http://ikucukkoc.baun.edu.tr>
Email: ikucukkoc@balikesir.edu.tr



Birincil Kaynak:

Aslan, E. (2018). İmalat Sistemlerinde Çizelgeleme, Seçkin Yayıncılık, Ankara.

Akış Tipi Çizelgeleme – Matematiksel Model (Min Cmax)

$$\text{Min } C_{\max} \quad (5-1)$$

Kısıtlar

$$\sum_{j \langle i}^J Q_{ijm} \leq 1 \quad (5-2)$$

$\forall i, m$

$$\sum_{i \langle j}^J Q_{ijm} \leq 1 \quad (5-3)$$

$\forall j, m$

$$\sum_{i \langle j}^J \sum_{j \langle i}^J Q_{ijm} = J - 1 \quad (5-4)$$

$\forall m$

$$C_{jm} \geq P_{jm} \quad (5-5)$$

$m = 1, \forall j$

$$C_{jm} - C_{im} + L(1 - Q_{ijm}) \geq p_{jm} \quad (5-6)$$

$\forall j, i \neq j, m$

$$C_{jm} - C_{j(m-1)} \geq p_{jm} \quad (5-7)$$

$m = 2 \dots M, \forall j$

Akış Tipi Çizelgeleme – Matematiksel Model (Min Cmax)

$$C_j = C_{jm} \quad (5-8)$$

$$m = M, \forall j$$

$$C_{\max} \geq C_j \quad (5-9)$$

$$\forall j$$

İndis, parametre ve karar değişkenleri

i, j : iş indisleri

J : toplam iş sayısı

m : makine indisi

M : toplam makine sayısı

p_{jm} : j işinin m makinesindeki işlem süresi

L : büyük bir sayı

Q_{ijm} : m makinesinde i işinden sonra j işi geliyorsa 1, aksi taktirde 0

C_{jm} : j işinin m makinesindeki tamamlanma zamanı

C_j : j tamamlanma zamanı

C_{\max} : maksimum tamamlanma zamanı

Akış Tipi Çizelgeleme – Matematiksel Model Örnek 1

- 3 adet makinenin olduğu akış tipi bir ortamda işlem görmesi gereken 5 işe ait işlem süreleri aşağıda verilmiştir.

İş (j)	1	2	3	4	5
İşlem süresi (p_{j1})	4	2	3	8	11
İşlem süresi (p_{j2})	7	3	4	5	8
İşlem süresi (p_{j3})	8	4	7	3	5

- Bu problem için maksimum tamamlanma zamanını (C_{max}) minimize edecek optimum çizelgeyi, önceki slaytta verilen matematiksel modeli kullanarak elde ediniz.

```
set
j is numarasi /1*5/
m makine numarasi /1*3/;
```

```
alias (j, i);
```

```
table
```

```
P(j,m) islem süreleri
```

	1	2	3
1	4	7	8
2	2	3	4
3	3	4	7
4	8	5	3
5	11	8	5

```
;
```

```
scalar
```

```
L büyük bir sayı /1000/
```

```
J_1 ip sayısý -1 /4/;
```

```
variables
```

```
Q(i,j,m) m makinesinde i ipinden sonra j ipi geliyorsa 1 deðilse 0
```

```
C(j,m) m makinesinde j ipinin tamamlanma zamaný
```

```
CJ(j) j ipinin tamamlanma zamaný
```

```
CMAX maksimum tamamlanma zamani;
```

```
binary variables
```

```
Q(i,j,m);
```

equations

siralama1 (i,m) her makinede her işten sonra en fazla bir iş
 siralama2 (j,m) her makinede her işten önce en fazla bir iş
 siralama3 (m) makinedeki takip sayısı iş sayısından bir az olması
 zamanlama1 (j,m) ilk makinede zamanlama
 zamanlama2 (i,j,m) işler arası zamanlama
 zamanlama3 (j,m) makineler arası zamanlama
 zamanlama4 (j,m) her işin tamamlanma zamanı
 makstamamlanma (j) maksimum tamamlanma zamanı
 ;

siralama1 (i,m)..

sum (j, Q(i,j,m)\$ (ord(j)<>ord(i))) =l= 1;

siralama2 (j,m)..

sum (i, Q(i,j,m)\$ (ord(j)<>ord(i))) =l= 1;

siralama3 (m)..

sum (i, sum (j, Q(i,j,m)\$ (ord(j)<>ord(i)))) =e= J_1;

zamanlama1 (j,m)\$ (ord(m)=1)..

C(j,m) =g= P(j,m);

zamanlama2 (i,j,m)\$ (ord(j)<>ord(i))..

C(j,m) - C(i,m) + L*(1-Q(i,j,m)) =g= P(j,m);

zamanlama3 (j,m)\$ (ord(m)>1)..

C(j,m) - C(j,m-1) =g= P(j,m);

zamanlama4 (j,m)\$ (ord(m)=3)..

CJ(j) =e= C(j,m);

makstamamlanma (j)..

CMAX =g= CJ(j);

model akistipi /all/;

solve akistipi using mip minimizing CMAX;

*display Q.l, C.l, CJ.l;

Akış Tipi Çizelgeleme - Örnek 1 için Optimum Çözüm

---- VAR Q m makinesinde i işinden sonra j işi geliyorsa 1 değilse 0

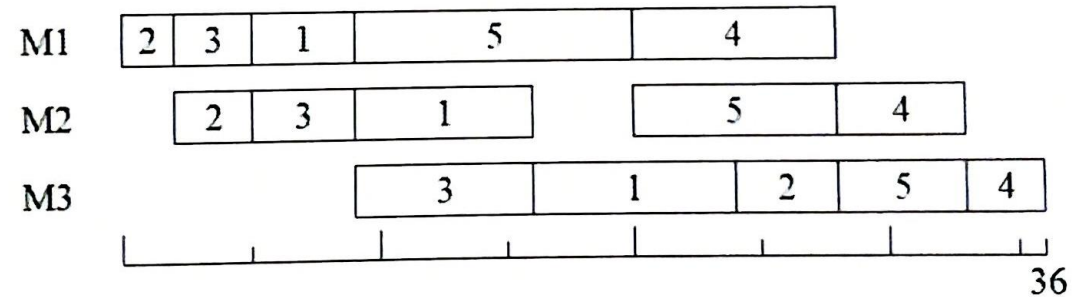
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1.2.3	.	1.000	1.000	EPS
1.5.1	.	1.000	1.000	1000.000
1.5.2	.	1.000	1.000	EPS
2.3.1	.	1.000	1.000	1000.000
2.3.2	.	1.000	1.000	EPS
2.5.3	.	1.000	1.000	EPS
3.1.1	.	1.000	1.000	1000.000
3.1.2	.	1.000	1.000	EPS
3.1.3	.	1.000	1.000	EPS
5.4.1	.	1.000	1.000	1000.000
5.4.2	.	1.000	1.000	EPS
5.4.3	.	1.000	1.000	EPS

---- VAR C m makinesinde j işinin tamamlanma zamanı

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1.1	-INF	9.000	+INF	.
1.2	-INF	16.000	+INF	.
1.3	-INF	24.000	+INF	.
2.1	-INF	2.000	+INF	.
2.2	-INF	5.000	+INF	.
2.3	-INF	28.000	+INF	.
3.1	-INF	5.000	+INF	.
3.2	-INF	9.000	+INF	.
3.3	-INF	16.000	+INF	.
4.1	-INF	28.000	+INF	.
4.2	-INF	33.000	+INF	.
4.3	-INF	36.000	+INF	.
5.1	-INF	20.000	+INF	.
5.2	-INF	28.000	+INF	.
5.3	-INF	33.000	+INF	.

---- VAR CJ j işinin tamamlanma zamanı

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1	-INF	24.000	+INF	.
2	-INF	28.000	+INF	.
3	-INF	16.000	+INF	.
4	-INF	36.000	+INF	.
5	-INF	33.000	+INF	.
---- VAR CMAX	-INF	36.000	+INF	.



3 Makineli Akış Tipi Çizelgeleme Problemi için Matematiksel Model ile Elde Edilen Çizelge

Atölye Tipi Çizelgeleme – Matematiksel Model (Min Cmax)

Min C_{\max}

(6-1)

Kısıtlar

$$\sum_{j \in JM} Q_{ijm} \leq 1$$

$i, m \in JM$

(6-2)

$$\sum_{i \in JM} Q_{ijm} \leq 1$$

$j, m \in JM$

(6-3)

$$\sum_{i \in JM} \sum_{j \in JM} Q_{ijm} = MJ_m - 1$$

(6-4)

$\forall m$

$$C_{jm} \geq P_{jm}$$

$m \in MF, \forall j$

(6-5)

$$C_{jm} - C_{im} + L(1 - Q_{ijm}) \geq p_{jm}$$

$j, i \neq j, m \in JM$

(6-6)

$$C_{jm} - C_{jn} \geq p_{jm}$$

$j, m, n \in MO$

(6-7)

$$C_j = C_{jm}$$

$m \in ML, \forall j$

(6-8)

$$C_{\max} \geq C_j$$

$\forall j$

(6-9)

İndis, parametre ve karar değişkenleri

i, j : iş indisleri

m, n : makine indisleri

JM : makinelerde işlem görecekt işler kümesi

MF : işlerin işlem göreceği ilk makineler kümesi

ML : işlerin işlem göreceği son makineler kümesi

MO : işlerin rotasına göre makine sıralamaları

p_{jm} : j işinin m makinesindeki işlem süresi

MJ_m : m makinesinde işlem görecekt iş sayısı

L : büyük bir sayı

Q_{ijm} : m makinesinde i işinden sonra j işi geliyorsa 1, aksi taktirde 0

C_{jm} : j işinin m makinesindeki tamamlanma zamanı

C_j : j tamamlanma zamanı

C_{\max} : maksimum tamamlanma zamanı

Atölye Tipi Çizelgeleme – Matematiksel Model Örnek 2

- 4 adet makine ve 3 adet işin olduğu atölye tipi bir ortamda işlere ait rotalar ve işlem süreleri aşağıda verilmiştir.

İş (j)	makine sıramalası	İşlem süreleri
1	1,2,3	$p_{11}=10, p_{12}=8, p_{13}=4$
2	2,1,4,3	$p_{22}=8, p_{21}=3, p_{24}=5, p_{23}=6$
3	1,2,4	$p_{31}=4, p_{32}=7, p_{34}=3$

- Bu problem için maksimum tamamlanma zamanını (C_{max}) minimize edecek optimum çizelgeyi, önceki slaytta verilen matematiksel modeli kullanarak elde ediniz.

```

sets
    j      iş      /1*3/
    m      makine /1*4/
    ilkmak(j,m) ilk makine /1.1, 2.2, 3.1/
    sonmak(j,m) son makine /1.3, 2.3, 3.4/
    MJ(j,m) j işi hangi makinede işlem görüyor
/1.1,1.2,1.3,2.2,2.1,2.4,2.3,3.1,3.2,3.4/
    makinesira(j,m,m) her işte önceki ve sonraki
    makineler için /1.1.2, 1.2.3, 2.2.1, 2.1.4, 2.4.3, 3.1.2,
    3.2.4/;
alias(j, i)
alias(m, n);
parameters
    P(j,m)      işlem süreleri /      1.1=10, 1.2=8, 1.3=4,
    2.2=8, 2.1=3, 2.4=5,
    2.3=6,
    3.1=4, 3.2=7, 3.4=3/
    MIS(m)      makinedeki iş sayısı /1=3,2=3,3=2,4=2/;
scalar L büyük bir sayı /1000/;
variables
    Q(i,j,m) m makinesinde i işinden sonra j işi
    geliyorsa 1 değilse 0
    C(j,m)      m makinesinde j işinin tamamlanma zamanı
    CJ(j)       j işinin tamamlanma zamanı
    CMAX        maksimum tamamlanma zamanı;
binary variables Q;

```

```

equations
    1 iş      siralamal(i,m) her makinede her işten sonra en fazla
    1 iş      siralama2(j,m) her makinede her işten önce en fazla
    1 iş      siralama3(m) makinedeki takip sayısı iş sayısından
    bir az olması
    zamanlamal(j,m) ilk makinede zamanlama
    zamanlama2(i,j,m) işler arası zamanlama
    zamanlama3(j,n,m) makineler arası zamanlama
    zamanlama4(j,m) her işin tamamlanma zamanı
    makstamamlanma(j) maksimum tamamlanma zamanı;

siralamal(i,m)$(MJ(i,m))..
sum(j, Q(i,j,m)$(ord(j)<>ord(i) and MJ(j,m))) =L= 1;

siralama2(j,m)$(MJ(j,m))..
sum(i, Q(i,j,m)$(ord(j)<>ord(i) and MJ(i,m))) =L= 1;

siralama3(m)..
sum(i, sum(j, Q(i,j,m)$(ord(j)<>ord(i) and MJ(j,m) and
MJ(i,m)))) =E= (MIS(m) - 1);

```

```
zamanlama1(j,m)$ (ilkmak(j,m)) ..  
C(j,m) =G= P(j,m);  
  
zamanlama2(i,j,m)$ (MJ(j,m) and MJ(i,m) and ord(j)<>ord(i)) ..  
C(j,m) - C(i,m) + L*(1-Q(i,j,m)) =G= P(j,m);  
  
zamanlama3(j,n,m)$ (makinesira(j,n,m)) ..  
C(j,m) - C(j,n) =G= P(j,m);  
  
zamanlama4(j,m)$ (sonmak(j,m)) ..  
CJ(j) =E= C(j,m);  
  
makstamamlanma(j) ..  
CMAX =G= CJ(j);  
  
model atolyetipi /ALL/;  
  
solve atolyetipi using mip minimizing CMAX;
```

Atölye Tipi Çizelgeleme – Örnek 2 için Optimum Çözüm

---- VAR Q m makinesinde i işinden sonra j işi geliyorsa 1
değilse 0

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1.2.1	.	1.000	1.000	1000.000
1.3.2	.	1.000	1.000	EPS
2.1.2	.	1.000	1.000	EPS
2.1.3	.	1.000	1.000	1000.000
2.3.1	.	1.000	1.000	EPS
2.3.4	.	1.000	1.000	EPS

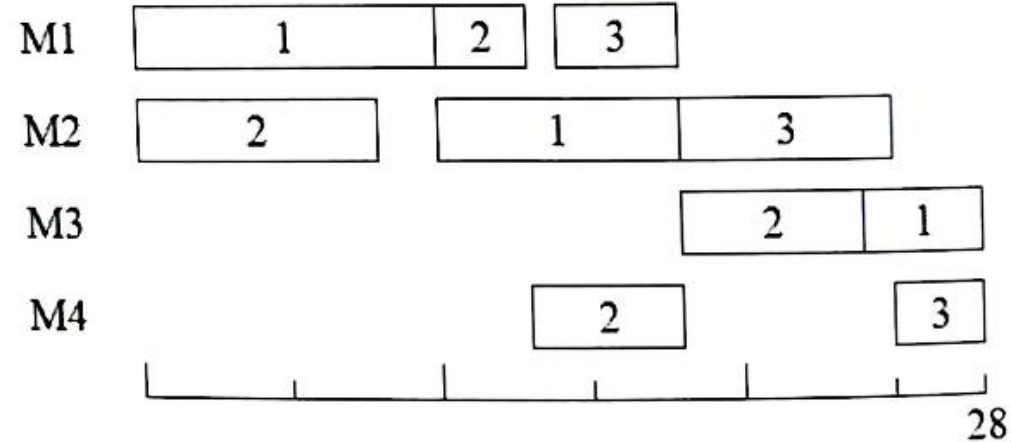
---- VAR C m makinesinde j işinin tamamlanma zamanı

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1.1	-INF	10.000	+INF	.
1.2	-INF	18.000	+INF	.
1.3	-INF	28.000	+INF	.
2.1	-INF	13.000	+INF	.
2.2	-INF	8.000	+INF	.
2.3	-INF	24.000	+INF	.
2.4	-INF	18.000	+INF	.
3.1	-INF	18.000	+INF	.
3.2	-INF	25.000	+INF	.
3.4	-INF	28.000	+INF	.

---- VAR CJ j işinin tamamlanma zamanı

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
1	-INF	28.000	+INF	.
2	-INF	24.000	+INF	.
3	-INF	28.000	+INF	.

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR CMAX	-INF	28.000	+INF	.



Atölye Tipi Çizelgeleme Probleminde Maksimum Tamamlanma Zamanını Minimize Etme Amaçlı Matematiksel Model ile Elde Edilen Çizelge