

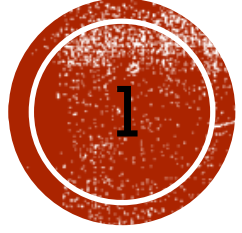
EMM4208
MONTAJ HATTI TASARIMI VE ANALİZİ
Ders Notları



Doç. Dr. İbrahim KÜÇÜKKOÇ

<http://ikucukkoc.baun.edu.tr>

Son Güncelleme: 12.02.2024



Ders Planı ve Değerlendirme Kriterleri

Yararlanılacak Kaynaklar

Üretim Sistemlerinin Gelişimi

Montaj Hatlarının Tarihçesi

GENEL BAKIS

Dersin Amaci:

Endustride karsilasilan degisik tipteki montaj hatlari ile ilgili:

- Temel terminolojiyi sunmak.
- Bunlari matematiksel olarak nasil modellenebilecegini gostermek.
- Simulasyonu, dengelenmesi ve analiz edilmesinde kullanilan yontemleri orneklerle aciklamak.

Derslik/Laboratuvar:

- 23-24 Bahar: K8205

GENEL BAKIS

- **Dersin Web Sayfasi:**

<http://ikucukkoc.baun.edu.tr/lectures/EMM4208>

- **Değerlendirme:**

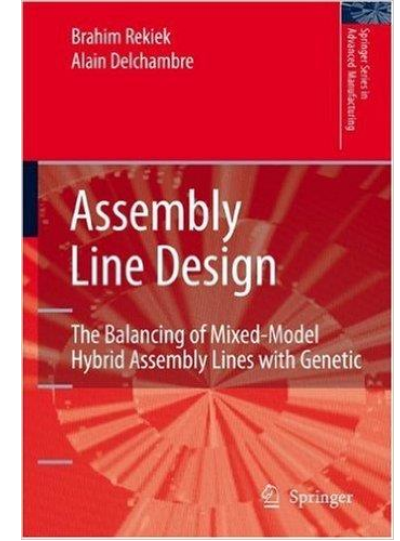
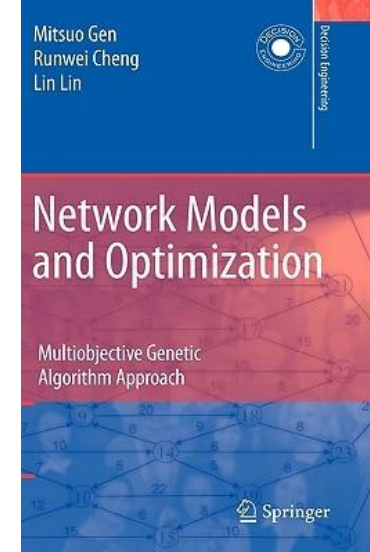
- Vize (%40) + Final (%60)
- Final sınav puanınının 30 puanlık kısmı dönem içerisinde yapılacak olan projeden alınacaktır. Projeler maksimum 3 kişilik gruplar halinde yapılabilir.
- Proje sunumları final sınavından önceki haftalarda yapılacaktır.

- **Derse Katılım:**

- Derslere zamanında gelmeniz gerekmektedir.
- 5 hafta ve üzeri devamsızlık yapan öğrenciler devamsızlıktan bırakılacak ve final sınavına alınmayacaktır.
- Derste cep telefonu vb. konuyla alakasız materyallerle ilgilenilmemesi beklenmektedir

YARARLANILACAK KAYNAKLAR

- **Assembly Line Design**
Brahim Rekiek, Alain Delchambre
<http://www.springer.com/gp/book/9781846281129>
- **Network Models and Optimization**
Mitsuo Gen, Runwei Cheng, Lin Lin
<http://link.springer.com/book/10.1007%2F978-1-84800-181-7>
- **Uretim Yonetimi (Orjinal Ismi: Operations Research)**
Krajewski, Ritzman, Malhotra (Ceviri Editoru: Semra Birgun)
<http://www.nobelyayin.com/detay.asp?u=3310>
- **MHD Ders Notlari, Doc. Dr. Yakup Kara, Selcuk Universitesi**
<http://goo.gl/Uccn8S>
- **Modelling and Solving Mixed-model Parallel Two-sided Assembly Line Problems**
Doktora Tezi, University of Exeter, Agustos 2015
Ibrahim Kucukkoc
<http://hdl.handle.net/10871/18917>



DERS PLANI

1. Ders planı, Değerlendirme Kriterleri, Yararlanılacak Kaynaklar, Üretim Sistemlerinin Gelişimi, Montaj Hatlarının Tarihçesi
2. Montaj Hattı Kavramı, Dengelemenin Önemi, Terminoloji ve Temel Hesaplamalar (Öncelik İlişkileri Diyagramı, Çevrim Zamanı, Üretim Hızı, Denge Kaybı, Hat Etkinliği), Örnekler
3. Düzgünlük İndeksi, Kuramsal Etkinlik, Sıra Kuvveti ve Esneklik Oranı, Montaj Hattı Dengeleme Problemlerinin Sınıflandırılması
4. Özel Kısıtlar/Durumlar, Paralel İstasyonlar (Örnek), Tek Modelli Düz Montaj Hattı Dengeleme Problemi
5. Tek Modelli Diz MHD Problemi-Matematiksel Modelleme
6. En Erken ve En Geç İstasyon Hesaplamaları, Tip-I Montaj Hattı Dengeleme Adımları, MHD Problemlerinin Çözümünde Kullanılan Yöntemler, "Enumeration" Metodu
7. Sezgisel Algoritmalar, En Büyük Aday Kuralı (Largest Candidate Rule - LCR), Immediate Update First Fit (IUFF)
8. Pozisyon Ağırlığı Yöntemi (Ranked Positional Weight Method -RPWM), Comsoal
9. Tek Modelli U-tipi Montaj Hattı Dengeleme Problemi, Matematiksel Modelleme
10. Sırala ve Ata Yöntemi, Karışık Modelli Düz Montaj Hattı Dengeleme Problemi
11. GAMS ve Sezgisel Program Üzerinden Çözüm Uygulamaları
12. MHD Uygulama Örnekleri
13. Proje Çalışması ve Sunumu
14. Proje Çalışması ve Sunumu

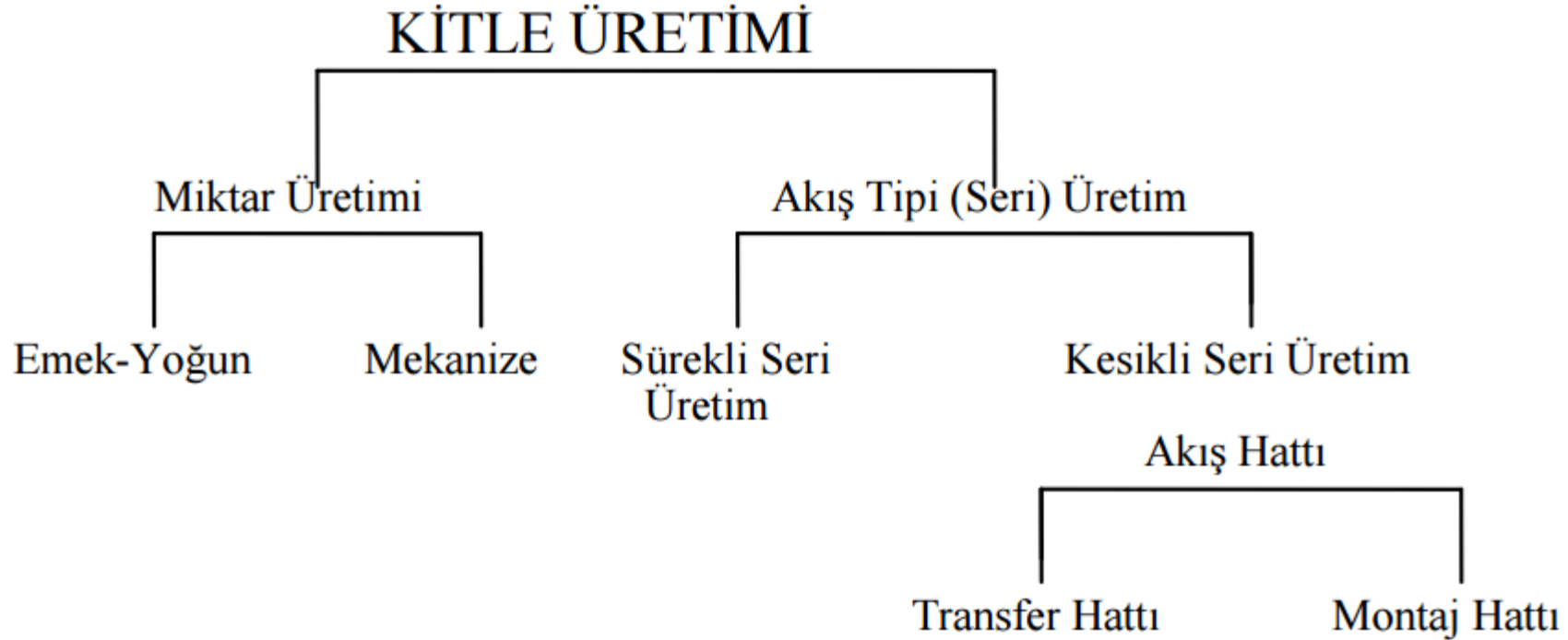
ÜRETİM SİSTEMLERİNİN GELİŞİMİ

- 18. ve 19. yüzyıllarda sanayinin büyük gelişme göstermesi, takım tezgahlarının ve diğer üretim elemanlarının gelişmesiyle ortaya çıkan mekanik üretim yöntemleri “**kitle üretimi (mass production)**’nin” temelini oluşturmuştur.
- Kitle üretiminin bir teknoloji olarak gelişmesiyle birlikte torna, matkap, vargel vb. üretim elemanlarının yaygın olarak kullanılması **yüksek hassaslık derecelerine sahip ürünlerin** büyük miktarlarda üretilmesini sağlamıştır.
- Bu dönemde karışık ürünler değil de, **basit tek parçalı ürünler** büyük miktarlarda üretilmiştir. Bu nedenle tek parçadan oluşan ürünlerin üretilmesi kitle üretim sürecinin ilk aşamasını oluşturur.
- Miktar açısından yapılan üretimin büyük boyutlara ulaşması sebebiyle kitle üretimi “**miktar üretim (quantity production)**” olarak nitelendirilmiştir.

ÜRETİM SİSTEMLERİNİN GELİŞİMİ

- Kitle üretim sürecinin ikinci aşamasında ise karmaşık birimlerin üretilmesine başlanmıştır. Bu dönemde ürünün, akışı olan bir üretim teknolojisiyle üretilmesi nedeniyle kitle üretimi, "**akış üretimi (flow production)**" olarak nitendirilmiştir.
- Karmaşık birimlerin üretilmeleri için en uygun sistem olan akış tipi sistemlerde tezgah ve üretim tesisleri, **üretilen ürünün yapısına bağlı olarak** değişiklik gösterir.
- Üretim, ürünün bir seri üretim tesisinden **sürekli akışıyla** gerçekleştirilir. Karmaşık birimlerin üretilmesi için, ürünün akış halinde olması ve ikame edilebilen yani **birbirlerinin yerine geçebilen parçaların kullanılması** oldukça önemlidir.

ÜRETİM SİSTEMLERİNİN GELİŞİMİ

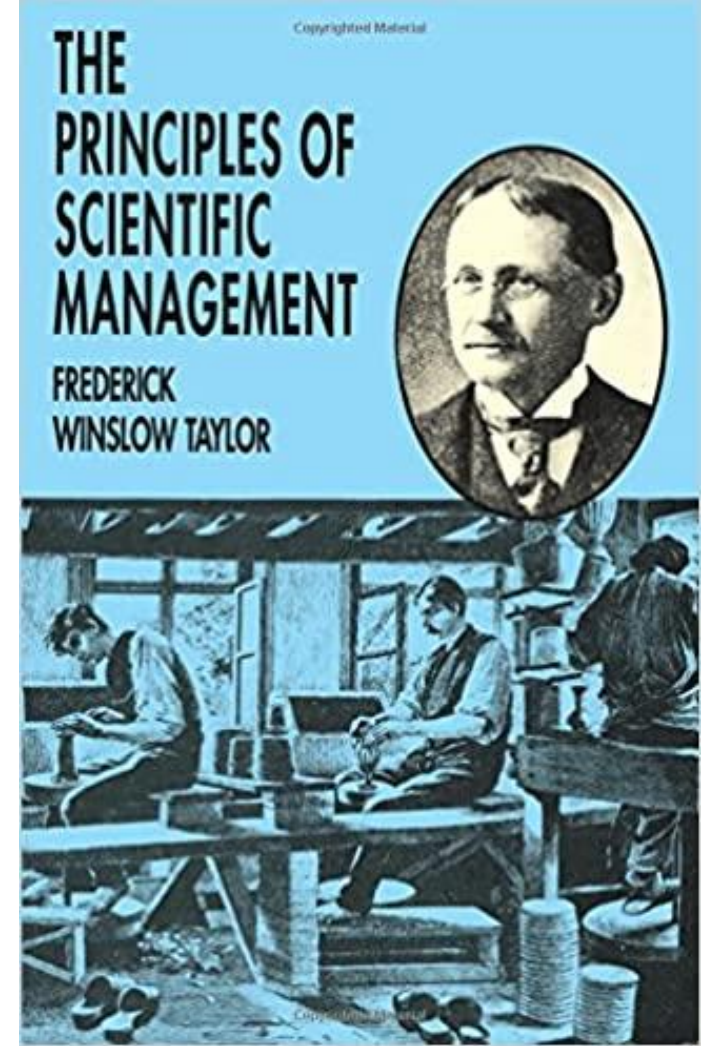


(Wild, 1972)

MONTAJ HATLARININ GELİSİMİ

- Eski çağlardan günümüze, montajla üretim konsepti büyük değişime uğradı. Montaj konusunda en önemli kilometre taşı ise montaj hatlarının icat edilmesi oldu. 1913 yılında, Henry Ford ve beraberindeki ekip ilk montaj hattını otomobil üretimine uyguladı.
- Ford, işçilerin etrafına yerleştirildiği “**yuruyen bant**” sistemini ilk defa bir fabrikada geliştirerek unlu model-T’yi üretti (bir seferde bir araba üretmek yerine bir seferde bir parça montajı yapıldı). O günden beri, montaj hatları, bir yandan üretim maliyetini düşürürken diğer yandan da ürünlerin üretim yönteminde reforma yol açtı.

Yürüyen bant sisteminin ilk defa uygulamaya konulduğu Ford'un ünlü Highland Park fabrikası



MONTAJ HATLARININ GELİSİMİ

- Zamanla, “etkin” montaj hattı tasarımı konusu hem şirketler hem de akademisyenler tarafından büyük ilgi gördü.
- **Montaj hattı dengeleme** problemi, iyi bilinen bir montaj hattı tasarımı problemidir ve belirli bir amacı optimize etmek için, işlerin (tasks) iş istasyonlarına (workstations) atanmasını konu alır.



*Highland Park'ta Ford'un Unlu T-Modelinin Montajı
(media.ford.com/content/fordmedia)*

MONTAJ HATLARININ GELİSİMİ

- Montaj hattı kurulumunun sağladığı avantajlar sayesinde Ford, 1924 yılına kadar 10 milyonuncu T-modelini üretmeyi başardı.



(media.ford.com/content/fordmedia)

*Ford tarafından 1924 yılında
yayınlanan bir reklam*

The Ten-Millionth

Ford

The 10,000,000th Ford car left the Highland Park factories of the Ford Motor Company June 4. This is a production achievement unapproached in automotive history. Tremendous volume has been the outgrowth of dependable, convenient, economical service.

Ford Motor Company
Detroit, Michigan

Runabout \$265 Coupe \$525 Tudor Sedan \$590 Fordor Sedan \$685
All prices - n. h. Detroit

SEE THE NEAREST AUTHORIZED
FORD DEALER

The Touring Car

\$295

F. O. B. Detroit
Demountable Rims
and Scatter \$65 extra





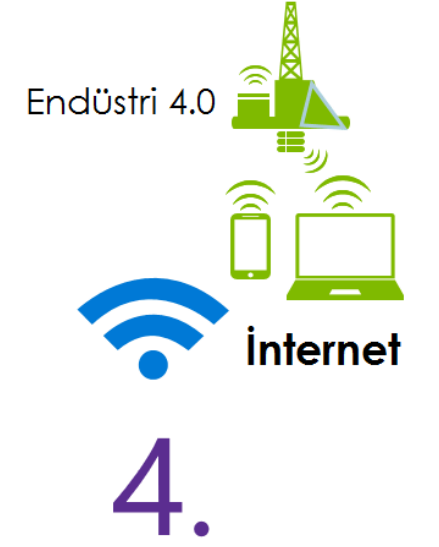
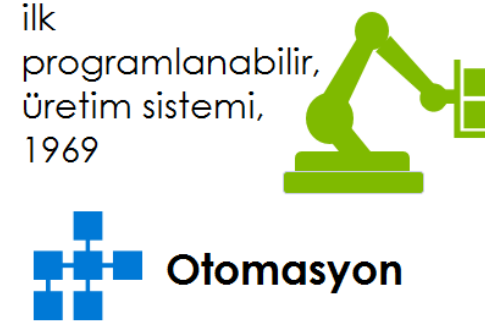
Chevrolet



Beiqi Foton



Doç. Dr. İbrahim Küçükkoç



1.

2.

3.

4.

1750

1800

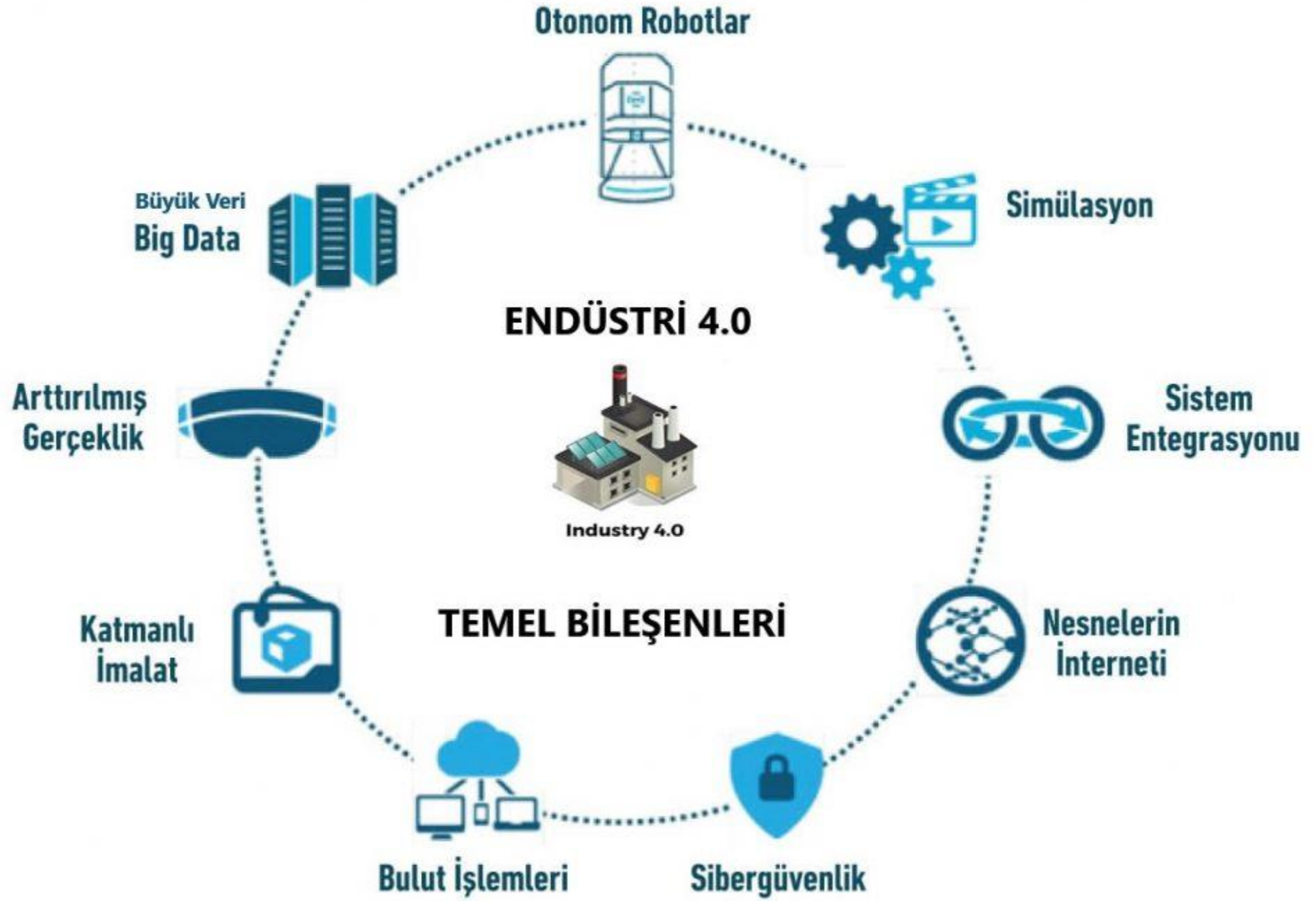
1850

1900

1950

2000

2050



VIDEOLAR

- Charlie Chaplin – Modern Times:

<http://ikucukkoc.baun.edu.tr/videos/CharlieChaplin-FactoryWork.mp4>

- Ford Historic Model-T:

http://ikucukkoc.baun.edu.tr/videos/FordModelT_100YearsLater.mp4

- 100. Yilinda Ford Montaj Hatti:

http://ikucukkoc.baun.edu.tr/videos/Inside_Fords_Moving_Assembly_Line.mp4

BÖLÜM KAYNAKLARI

- Küçükkoç, İ. Montaj Hattı Planlama Modelleme ve Optimizasyon, 2020, Nobel Yayınevi, ISBN: 978-625-406-375-6
- ACAR, Nesime, “Üretim Planlaması Yöntem ve Uygulamaları”, MPM Ankara, 1989.
- Karaca, M., Montaj Hatları, SDÜ İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, Cilt 1, Sayı 1, 1996.
- Krajewski, L.J., Ritzman, L.P., Malhotra, M.K., Uretim Yonetimi 9. Baski (Orjinal Ismi: Operations Research, Prentice Hall), Ceviri Editoru: Semra Birgun, Nobel Yayinlari, <http://www.nobelyayin.com/detay.asp?u=3310>
- Kucukkoc, I., Modelling and Solving Mixed-model Parallel Two-sided Assembly Line Problems, Doktora Tezi, University of Exeter, Agustos 2015, <http://hdl.handle.net/10871/18917>
- WILD, Rey, “Mass Production Management”, John Wiley & Sons Ltd., New York, 1972
- Fotograflar:
<https://media.ford.com/content/fordmedia/fna/us/en/features/celebrating-the-moving-assembly-line-in-pictures.html>
<http://www.gama.com.tr/doc/image/projects/85/big/PfRkehaO.jpg>
<http://busride.com/wp-content/uploads/2012/05/web-LFE-turkey1.jpg>



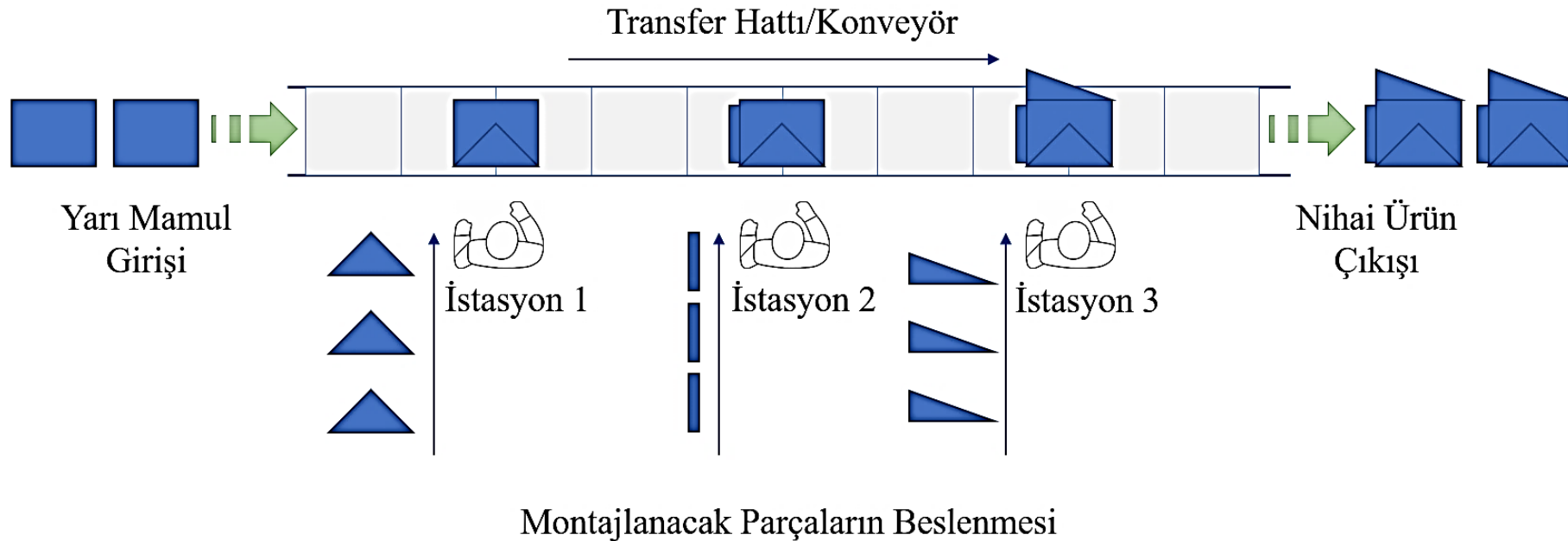
Montaj Hattı Kavramı

Hat Dengelemenin Önemi

Terminoloji Ve Temel Hesaplamalar

MONTAJ HATTI KAVRAMI

- **Montaj hattı**, bir malzeme tasima sistemi etrafina ardisik olarak istasyonlarin yerlestirildigi ve bu istasyonlarda ikame edilebilen degisik parcalarin (sirali bir sekilde) hattin uzerinde akan urune eklendigi uretim surecidir.



MONTAJ HATTI KAVRAMI

- Montaj hattı, belirli sayıda ardışık iş istasyonunun birbirlerine **bir malzeme taşıma sistemi ile** bağlanmasıyla meydana gelir.



MONTAJ HATTI KAVRAMI

- Malzemeler istasyonlar arasında **sabit bir tasima hiziyla** hareket eder. **Her istasyonda** ürünün tamamlanmasi için gerekli olan görevlerden (islerden) **bazilari** gerçekleştirilir ve **hattin sonuna gelindiğinde ürün tamamlanmis olur.**

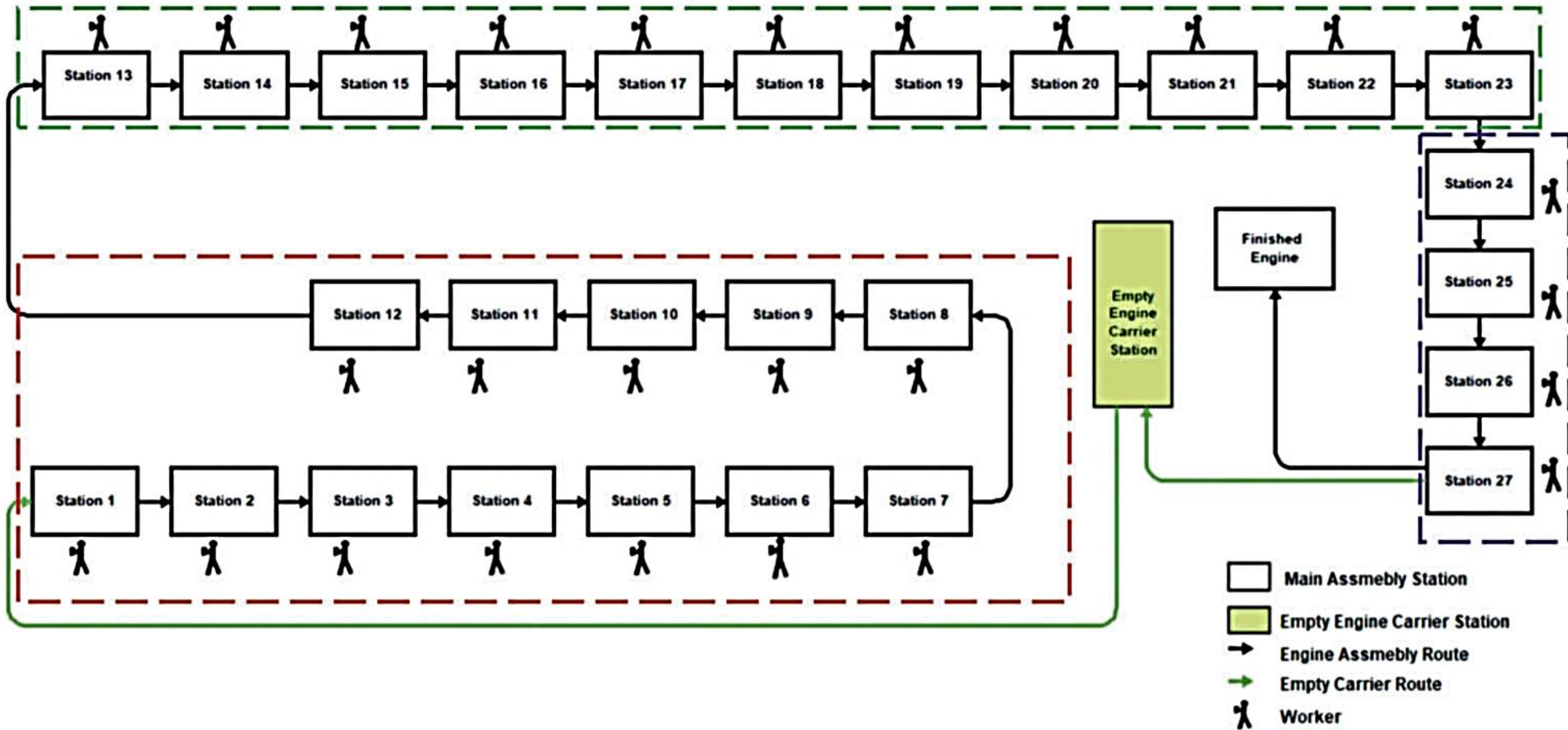






MONTAJ HATTI KAVRAMI





MONTAJ HATTI KAVRAMI

- Kitle üretimi, imalat veya montaj yöntemlerinden birisiyle gerçekleştirilebilir ve imalat ve montaj hatlarının yapıları ve işlevleri açısından büyük ölçüde benzerlik gösterir:
 - İmalat hatları, ürüne göre yerleşimin tercih edildiği ve operasyonların **makinelere** kullanılarak yapıldığı, **malzemeye şekil verilen** hatlardır.
 - Montaj işlemi, ürünü oluşturan parçaların manuel olarak veya küçük el aletleri kullanılarak **sistemik olarak birleştirilmesi** işlemidir.



İmalat/Montaj Hattı?





MONTAJ HATLARININ ENDÜSTRİDEKİ YERİ

Montaj hatları günümüzde, otomotiv, elektronik, beyaz eşya gibi birçok sektörde yaygın olarak kullanılmaktadır.

Genellikle üretim süreçlerinin son aşamaları olan montaj hatlarının performansı, üretim süreçlerinin genel performansı üzerinde önemli etkiye sahiptir.

Çok sayıda işletme, üretim süreçlerinin performansını artırmak amacıyla, montaj hatlarını kullanmakta ve diğer üretim aşamaları ve işletme dışından tedarik edecekleri malzemelerin akış hızını son montaj hattının ihtiyacına göre ayarlamaktadırlar.

MONTAJ HATLARININ ENDÜSTRIDEKİ YERİ

- Montaj hatlari, çok yetenek gerektirmeden makineler ve/veya robotlardan da yararlanılarak karmaşık ürünlerin üretiminde kullanıldığı için kitle üretiminde en çok kullanılan metoddur.
- Yeni bir hattın tasarımının yanında, mevcut hatlar da periyodik olarak veya üretim sürecindeki/planındaki bazı değişiklikler sonrası yeniden dengelenmek zorundadır.

DENGELEMENİN ÖNEMİ

- Montaj hattı kurulumu uzun süreli bir karardır ve genellikle büyük yatırım gerektirir. Bu yüzden, montaj hatlarının iyi tasarlanması ve dengelenmesi üretimin etkin bir şekilde gerçekleştirilebilmesi için çok önemlidir.
- Dengeleme kararlarının uzun dönem etkilerinden dolayı, amaç fonksiyonları işletmenin stratejik hedeflerini gözleterek dikkatli bir şekilde seçilmelidir.

HEDEFLER

- Düzenli bir malzeme akışını sağlamak.
- İnsangücü ve kapasitelerinin en yüksek oranda kullanılmasını sağlamak.
- İşlemleri en kısa sürede tamamlamak.
- Hat üzerindeki iş istasyonu (workstation) sayısını enazlamak.
- Boş (idle) süreleri enazlamak.
- Boş süreleri iş istasyonları arasında düzgün (smooth) bir şekilde dağıtmak.
- Üretim maliyetlerini enküçükleme.

TERMINOLOJİ VE TEMEL HESAPLAMALAR





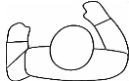
- Montaj hatlarının tasarlanmasında ve talep değişikliklerine göre üretim hızının tekrar ayarlanmasında ortaya çıkan en önemli problem, **montaj hattı dengeleme (MHD) problemi**dir.
- **Montaj hattı dengeleme problemi (MHD)**: Montaj hattında yerine getirilecek işlerin (görevlerin),
 - aralarındaki *öncelik ilişkileri* ihlal edilmeden,
 - belirlenen bir *çevrim zamanı* aşılmayacak ve
 - belirli bir *performans ölçütü* en iyilenecek şekilde **istasyonlara atanması** problemi

TERMINOLOJİ VE TEMEL HESAPLAMALAR

Görev/İs/İs Ogesi (Task): Bir montaj hattında tamamlanması gereken toplam işin, işin niteliğine göre bölünebilecek en küçük parçasıdır.

Görev/İs Süresi (Task Time): Bir görevin tamamlanabilmesi için gereken süredir.

Istasyon (Workstation): Bir veya birden fazla görevin, bir veya birden fazla işgücü tarafından yapıldığı hat üzerindeki bir iş merkezi.

	Istasyon 1	Istasyon 2	Istasyon 3	Istasyon 4	Istasyon 5
Görevler	1	2	3,6	4	5,7
Istasyon Zamani	9 	5 	10 	8 	10 

TERMINOLOJİ VE TEMEL HESAPLAMALAR

Istasyon Zamani (Workload Time): Bir istasyona atanan görevlerin görev süreleri toplamını ifade eder.

Cevrim Zamani (Cycle Time): Montaj hattındaki bir istasyona, o istasyona atanan görevlerin tamamlanabilmesi için ayrılan zamandır.

Cevrim zamani bir montaj hattını oluşturan bütün istasyonlar için eşittir ve hattan ardi ardina iki ürün çikişi arasında geçen süreyi ifade eder.

CEVRİM ZAMANI

$$\text{Cycle Time} = \frac{\text{Planning Period}}{\text{Production Quantity}}$$

- Uretim miktarı ve zamanına bağlı olarak çevrim zamanı (C) şöyle belirlenir:

$$C = P/D$$

(C, en büyük iş zamanından daha büyük olmak koşulu ile)

P: Toplam kullanılabilir süre veya planlama dönemi (time horizon or planning period)

D: Talep veya üretim miktarı (demand or production quantity)

Örnek: Haftada 5 gün, günde 8 saat mesai yapan bir firmanın önümüzdeki 4 haftaya ilişkin toplam ürün talebi 1000 adettir. Çevrim zamanı:

$$P = 4 \text{ hafta} \times 5 \text{ gün/hafta} \times 8 \text{ saat/gün} \times 60 \text{ dak./saat} = 9600 \text{ dakika}$$

$$D = 1000 \text{ adet}$$

$$C = P/D$$

$$C = 9600 \text{ dakika} / 1000 \text{ adet} = 9.6 \text{ dakika / adet}$$

olarak hesaplanır.

URETİM HIZI

Uretim Hizi (Production Rate): Birim zamandaki cikti miktaridir. Ornegin, bir hatta 1 saatte uretilen urun miktari uretim hizini ifade etmek icin kullanilabilir.

$$PR = 1/C = D/P$$

D: Talep veya uretim miktari

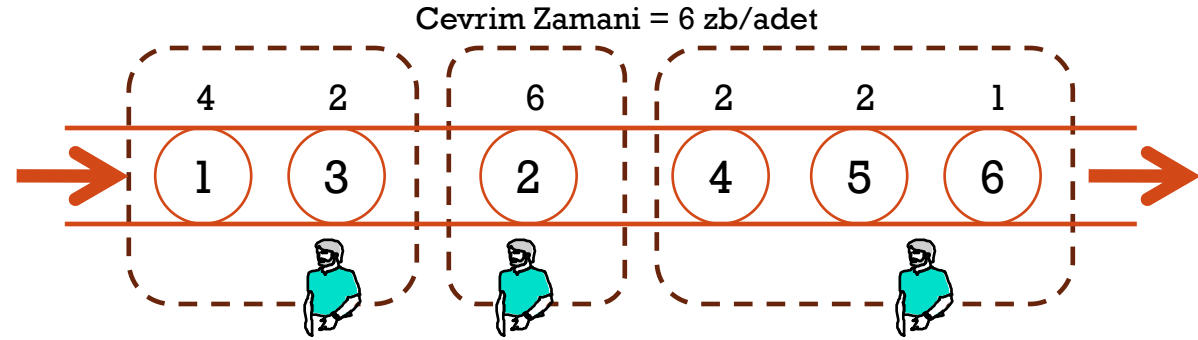
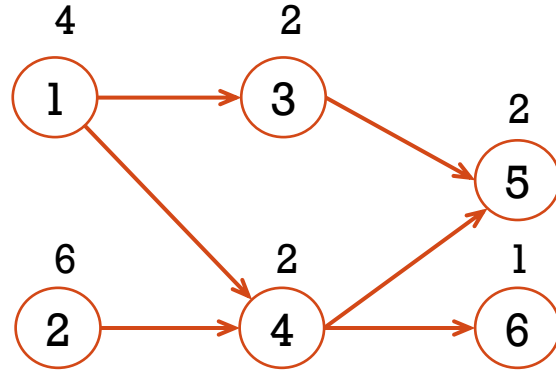
P: Toplam kullanilabilir süre veya planlama donemi

Ornegin, bir hattin:

Cevrim suresi 6 dakika/adet ise

Uretim hizi 0,167 adet/dakika (yani 10 adet/saat)'dir.

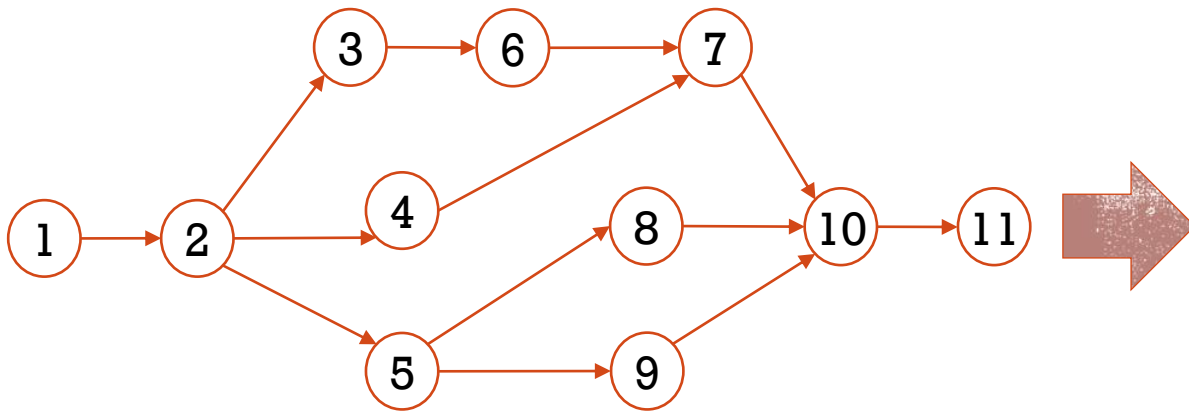
ONCELİK İLİSKİLERİ DİYAGRAMI



Görevler arasında teknolojik ve organizasyonel sebeplerden kaynaklanan **öncelik ilişkileri** (**precedence relationships**) vardır. Bu ilişkilerin ifade edildiği diyagram **öncelik ilişkileri diyagramı** (**precedence relationships diagram**) olarak adlandırılır. Örneğin 4 numaralı görevin başlayabilmesi için öncelikle 1 ve 2 numaralı görevlerin tamamlanmış olması gerekmektedir. Bu durumda 1 ve 2 numaralı görevler 4 numaralı görevin öncülleridir (predecessors). 4 numaralı görev ise 1 ve 2 numaralı görevlerin ardılları (successors) olarak ifade edilir.

ÖNCELİK İLİSKİLERİ MATRİSİ

- **Öncelik matrisi:** Bir montaj işleminde bulunan görevler arasındaki öncelik ilişkilerinin ifade edildiği, boyutu montaj işlemindeki görev sayısına eşit olan ve a_{ij} elemanlarından meydana gelen ikili (binary) bir kare matristir.
- Eğer öncelik diyagramındaki j görevi i görevini takip ediyorsa (yani ardili ise), öncelik matrisinin a_{ij} elemanı “1” değerini, aksi durumda “0” değerini alacaktır.



	j										
Görev	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
5	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TOPLAM İŞ SÜRESİ

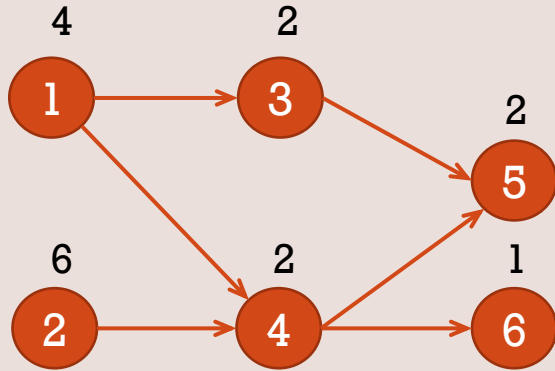
- **Toplam iş süresi (T):** Montaj hattı üzerinde üretilecek ürünün montajı için gerekli olan süre veya işi oluşturan bütün iş ögelerinin standart süreleri toplamıdır.

$$T = \sum_{i=1}^N t_i$$

N : iş ögesi sayısı

t_i : i no'lu iş ögesinin işlem süresi

Örnek:



$$T = \sum_{i=1}^N t_i$$

$$= t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6$$

$$= 4 + 6 + 2 + 2 + 2 + 1 = 17 \text{ zaman birimi}$$

MINIMUM İSTASYON SAYISI

- Teorik minimum istasyon sayısı:

$$K_{teorik} = \left\lceil \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{C} \right\rceil^+$$

- Çevrim süresinin yarısından büyük süreye sahip iş öğeleri sayısı:

$$K_{olasi} = (i\text{'lerin sayısı} \mid t_i > C/2)$$

$$K_{min} = \max \{K_{teorik}, K_{olasi}\}$$

- Ortalama iş istasyonu süresi (\bar{C}):

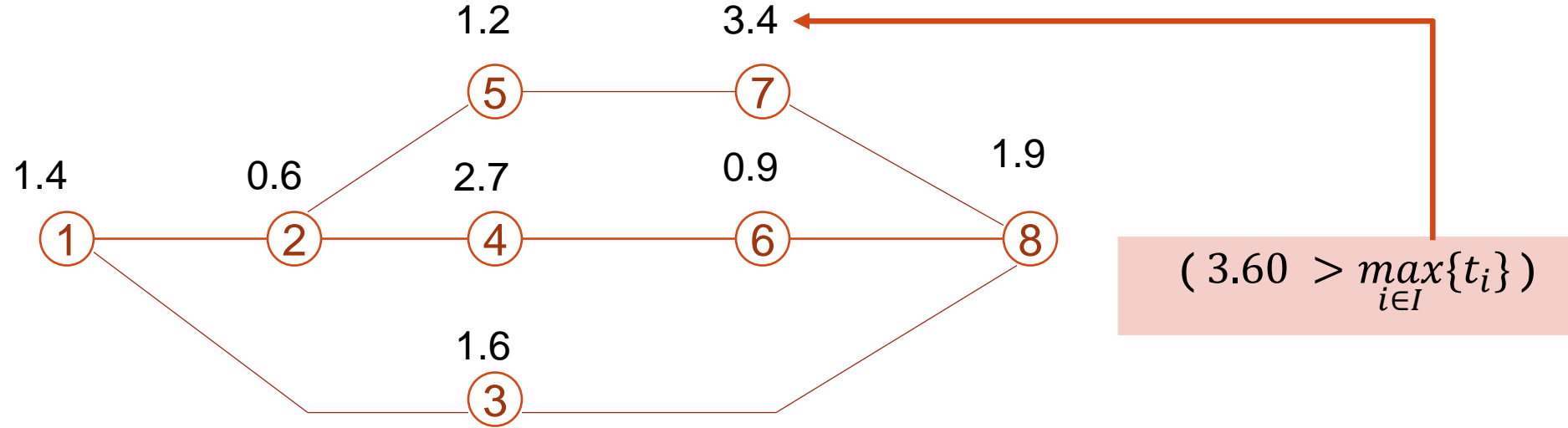
$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{K}$$

K : Atama sonrası bulunan istasyon sayısı

$$K \geq K_{min}, \quad C \geq \bar{C}$$

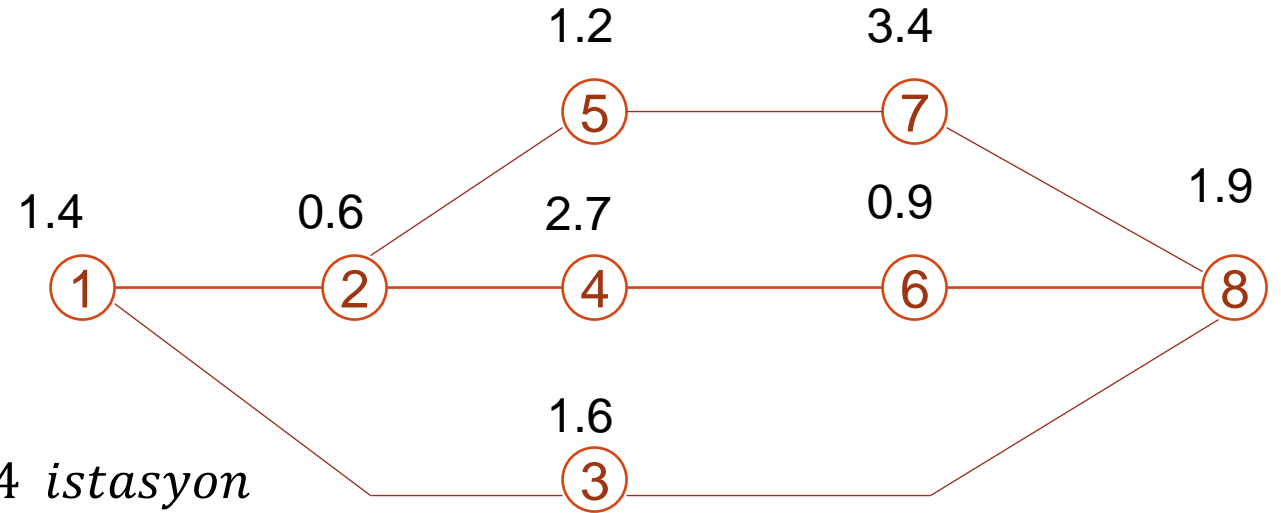
ORNEK

- Asagida oncelik iliskileri ve zamanlari (dakika cinsinden) verilen islerden olusan bir urun icin haftalik talep 650 adettir. Bir haftada toplam calisilabilir sure ise 40 saattir.



- Talebi karsilayacak minimum cevrim zamani: $C = (40 \times 60) / 650 = 3.69$ dakika/adet
 $\cong 3.6$ dakika/adet

ORNEK



$$K_{teorik} = \left\lceil \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{C} \right\rceil = \left\lceil \frac{13.7}{3.6} \right\rceil = \lceil 3.81 \rceil = 4 \text{ istasyon}$$

$$K_{olasi} = (\text{i'lerin sayisi} \mid t_i > 3.6/2) = 3 \text{ istasyon}$$

$$K_{min} = \max \{K_{teorik}, K_{olasi}\} = \max \{4, 3\} = 4 \text{ istasyon}$$

Optimum Cozum

Istasyon No	1	2	3	4	
Atanan Isler	1,2,5	4,6	7	3,8	
Istasyon Zamani	3.2	3.6	3.4	3.5	
Bos Zaman	0.4	0	0.2	0.1	Toplam 0.7

HAT ETKİNLİĞİ VE DENGE GECİKMESİ

- **Istasyon boş zamanı (Station Idle Time):** Montaj hattinin çevrim zamanı ile hatta açılan bir istasyonun istasyon zamanı arasındaki farktır.
- **Toplam boş zaman (Total Idle Time - TIT):** Montaj hattini oluşturan bütün istasyonların boş zamanlarının toplamıdır ($= K \times C - \sum_{i=1}^N t_i$).

- **Denge gecikmesi (Balancing Delay - BD):** Toplam boş zamanın, ürünün hat boyunca harcadığı zamana oranıdır. Hattin etkinliğinin bir ölçüsü olarak kullanılır.

$$BD(\%) = \frac{(K \times C - \sum_{i=1}^N t_i)}{K \times C} \times 100$$

BD: Denge gecikmesi K: İstasyon sayısı

C: Çevrim zamanı

- **Hat Etkinliği (Line Efficiency - LE):** Verimli sürenin toplam süreye oranıdır.

$$LE(\%) = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{K \times C} \times 100$$

DENGE GECIKMESİ

- **Toplam boş zaman:**

$$TIT = K \times C - \sum_{i=1}^N t_i = 4 \times 3.6 - 13.7 = 0.7$$

- **Denge gecikmesi:**

$$BD(\%) = \frac{(K \times C - \sum_{i=1}^N t_i)}{K \times C} \times 100 = \frac{4 \times 3.6 - 13.7}{4 \times 3.6} \times 100 = \% 4.861$$

- **Hat Etkinliği:**

$$LE(\%) = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{K \times C} \times 100 = \frac{13.7}{4 \times 3.6} \times 100 = \% 95.139$$

Düzensünlük İndeksi (Smoothness Index)

- Düzensünlük İndeksi (SI): Montaj hattındaki iş istasyonlarının işlem sürelerinin düzensünlüğünü gösterir ve su şekilde hesaplanır:

$$SI(\%) = \frac{\sqrt{\sum (WT_{max} - WT_k)^2}}{K \times C} \times 100$$

SI : Düzensünlük indeksi

WT_{max} : İş istasyonu sürelerinin en büyüğü

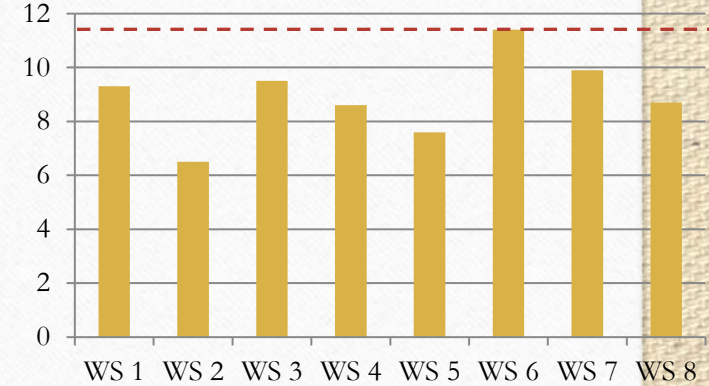
WT_k : k. iş istasyonunun süresi ($WT_{max} = \max_{k=1, \dots, K} \{WT_k\}$)

K : Toplam istasyon sayısı

C : Çevrim süresi

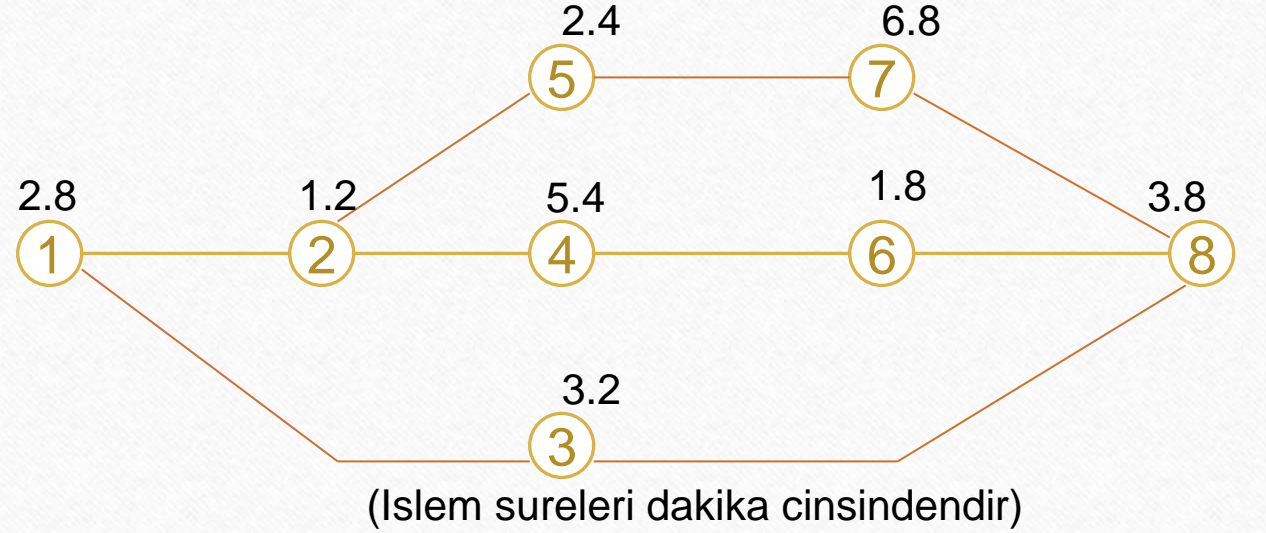
olmak üzere;

Istasyon Zamanlari



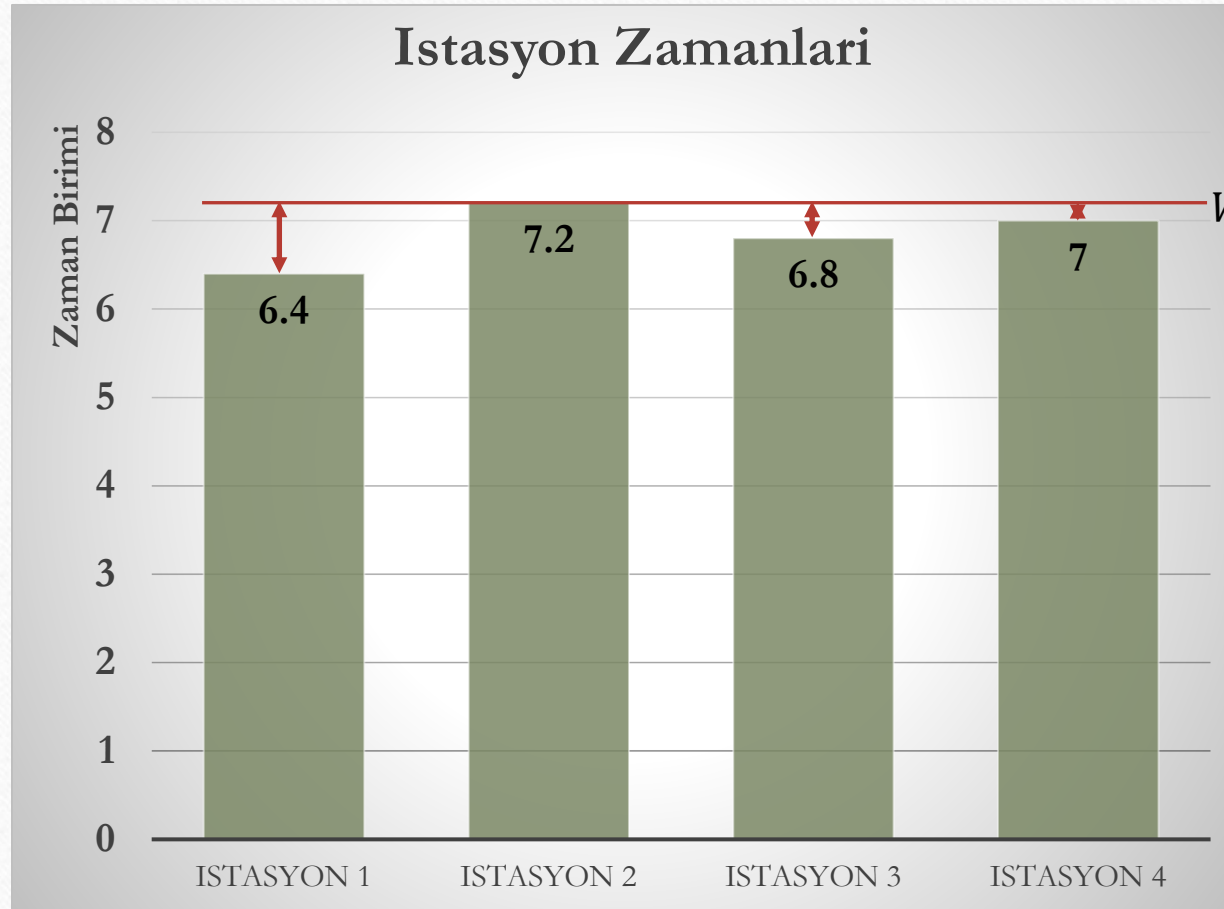
ORNEK (SI)

- Oncelik diyagrami yanda verilen problem asagidaki gibi dengelenmistir. Cevrim suresi 7.2 dakika olduguna gore bu atama cozumunun duzgunluk indeksini hesaplayiniz.



Istasyon No	1	2	3	4
Atanan Isler	1,2,5	4,6	7	3,8
Istasyon Zamani (dk)	6.4	7.2	6.8	7.0

ORNEK (SI)



$$WT_{max} = 7.2 \text{ dk}$$

$$SI(\%) = \frac{\sqrt{\sum (WT_{max} - WT_k)^2}}{K \times C} \times 100$$
$$= 3.18 (\%)$$

Kuramsal Etkinlik (TE)

- Kuramsal Etkinlik (TE):

Gerekli minimum istasyon sayısı (K_{min}) baz alınarak hesaplanan ve dengelenecek hattın sahip olabileceği maksimum etkinliği ifade etmek için kullanılır.

$$TE(\%) = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{K_{min} \times C} \times 100$$

C : Cevrim zamanı

t_i : i görevinin işlem süresi

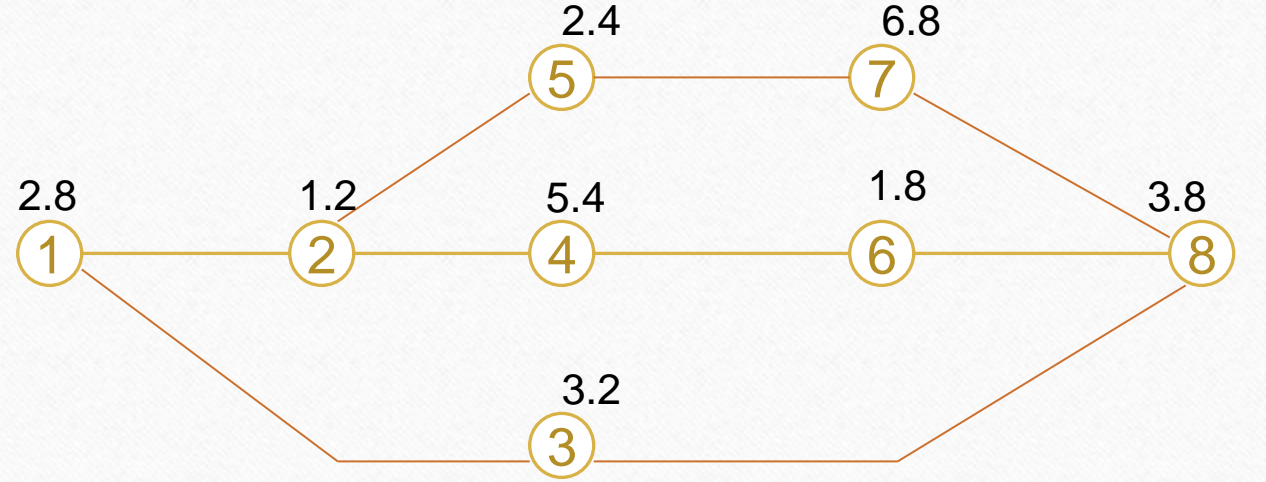
ORNEK (TE)

- Oncelik diyagrami yanda verilen ornek problemin cevrim zamani 7.2 dakikadir (islem sureleri dakika cinsindedir). Bu problemin kuramsal etkinligi asagidaki sekilde hesaplanir:

- $TE(\%) = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{K_{min} \times C} \times 100$

- $TE(\%) = \frac{27.4}{4 \times 7.2} \times 100$

(NOT: K_{min} degerinin nasil hesaplanacagi bir onceki derste anlatilmistir.)



ORNEK (TE)

- Bu problem asagidaki sekilde dengelenmis ise, hattin etkinlik (LE) degerini hesaplayarak kuramsal etkinlik (TE) degeri ile kiyaslayiniz.

Istasyon No	1	2	3	4
Atanan Isler	1,2,5	4,6	7	3,8
Istasyon Zamani (dk)	6.4	7.2	6.8	7.0

$$LE(\%) = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{K \times C} \times 100 = 95.14$$

$$TE(\%) = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{K_{min} \times C} \times 100 = 95.14$$

$$K = K_{min}$$

Montaj Hattı Dengeleme Problemlerinin Sınıflandırılması

- Amaca Gore (Tip-1, Tip-2, Tip-E, Tip-F)
- Hat Konfigurasyonuna Gore (duz, U-tipi, iki yonlu, parallel vb.)
- Urun Cesidine Gore (tek modelli, karisik modelli, cok modelli)
- Gorev Surelerinin Durumuna Gore (deterministik, stokastik)
- Hibrid Hatlar

Amaca Gore Siniflandirma

- Dengeleme amacina gore montaj hattı dengeleme (MHD) problemi dört gruba ayrilabilir:

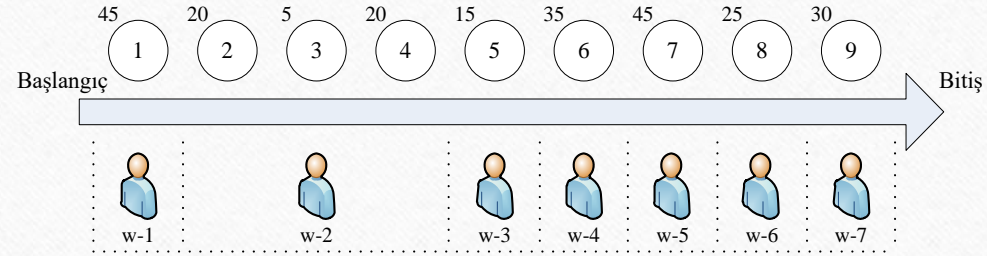
		Cevrim Zamani (C)	
		Verilen	Minimize
Istasyon Sayisi (K)		Verilen	Minimize
	Verilen	MHD-F	MHD-2
	Minimize	MHD-1	MHD-E

- **MHD-1:** Amac, cevrim zamani (C) verilmisken istasyon sayisini (K) minimize etmektir.
- **MHD-2:** Istasyon sayisi (K) verilmisken cevrim zamanini (C) minimize etmek amaclarir.
- **MHD-E:** K ve C birlikte minimize edilmeye calisilir (amac fonkiyonu genelde hattın etkinligini maksimize etmeye calisir).
- **MHD-F:** Verilen K ve C degerleri icin uygun bir cozum bulunmaya calisilir.

Hat Konfigurasyonuna Gore Siniflandirma

Salveson (1955):

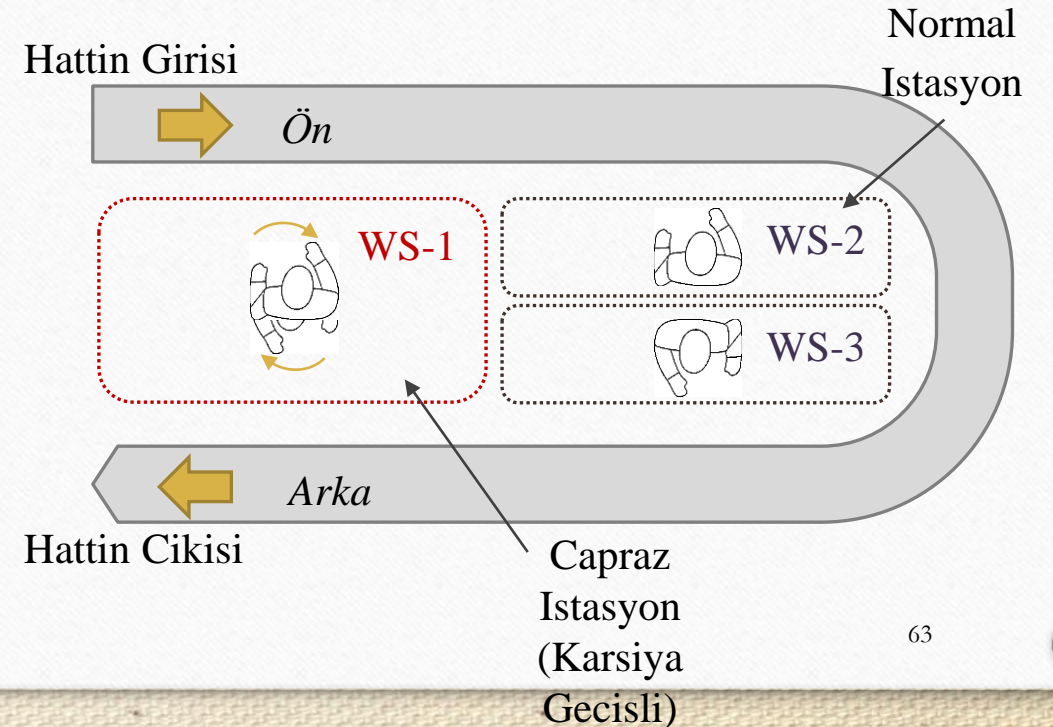
Duz Montaj Hatti (straight assembly line)



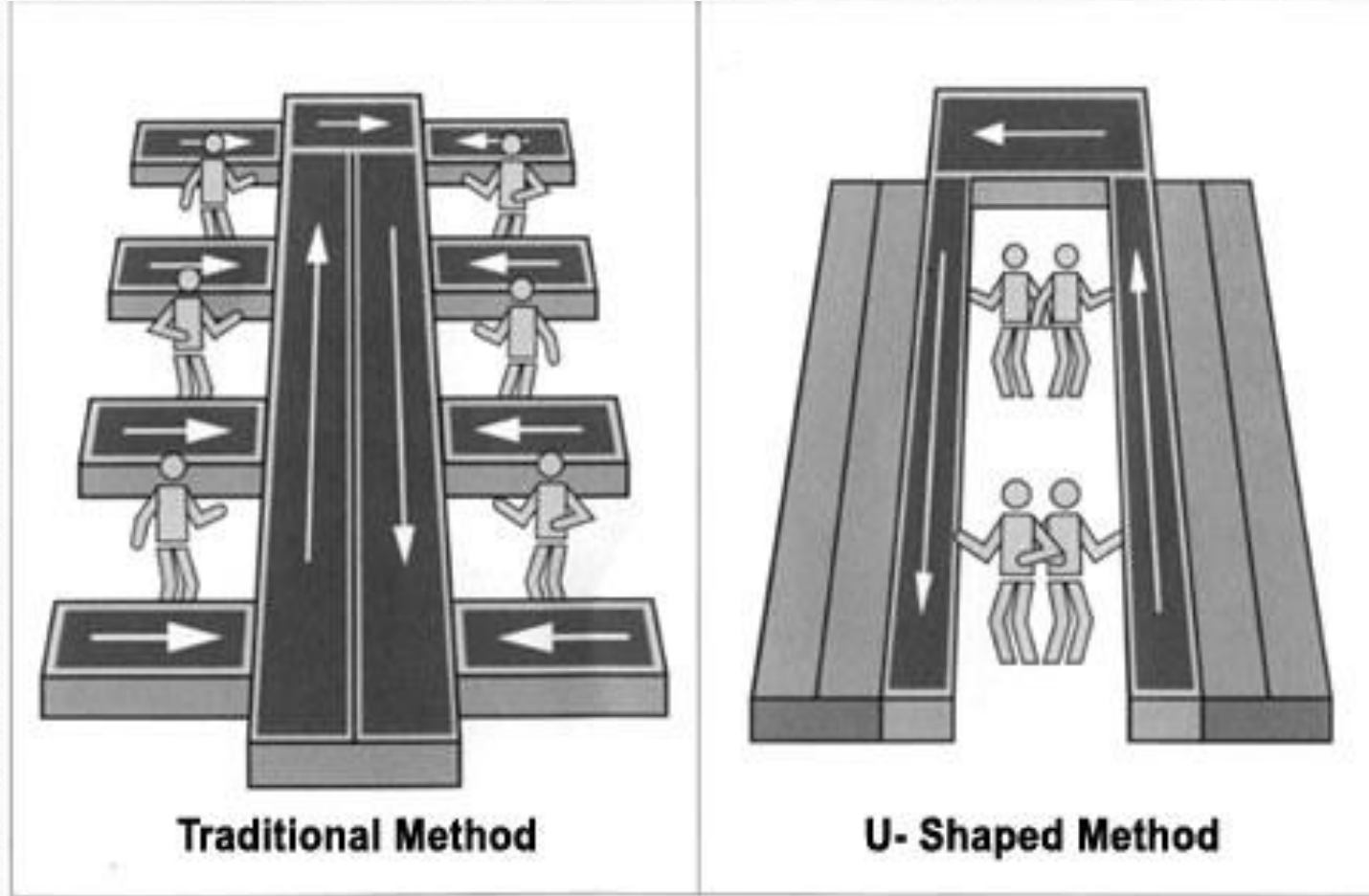
Miltenburg and Wijngaard (1994)

U-tipi Montaj Hatti (U-shaped assembly line)

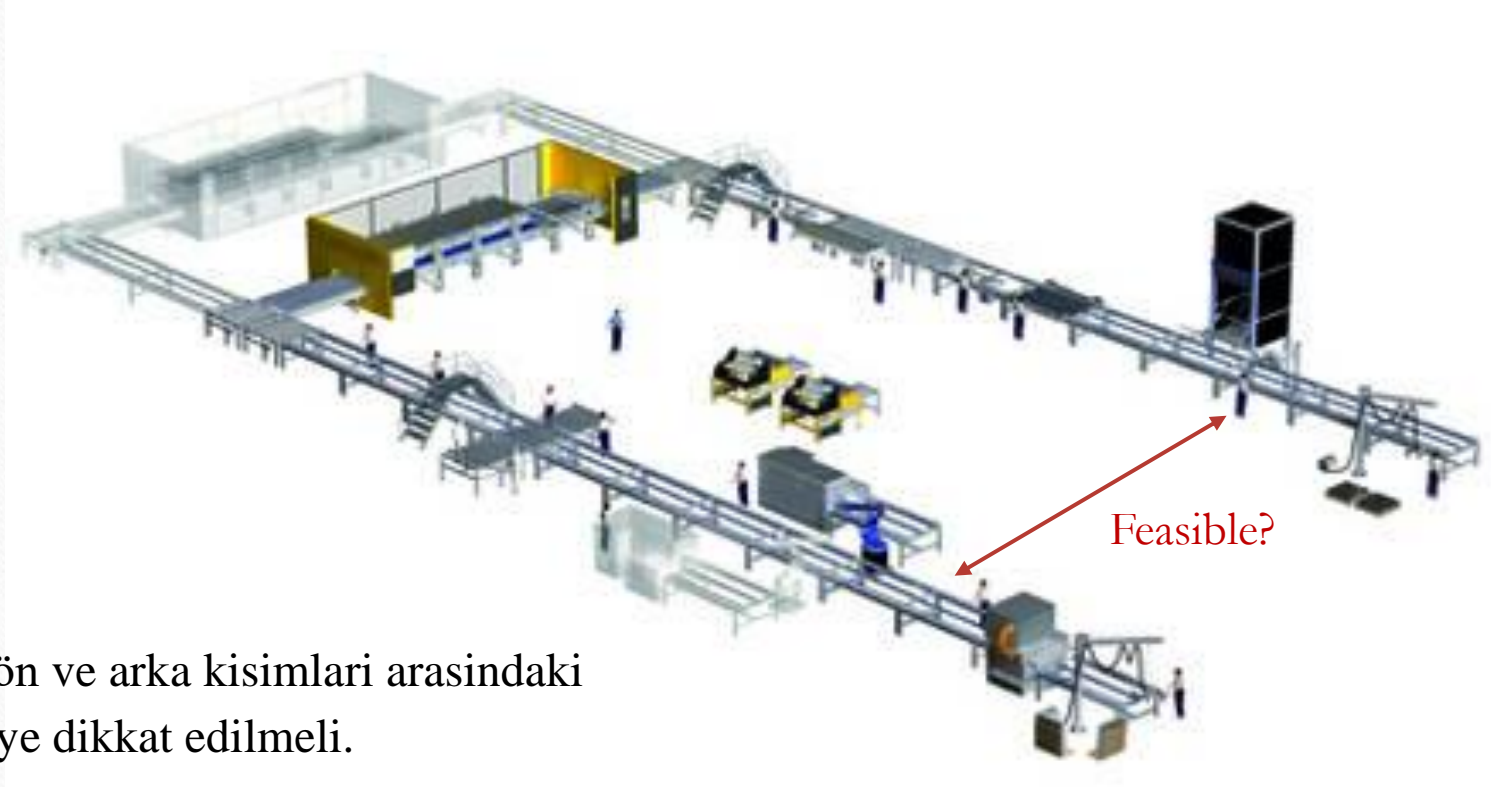
- Capraz istasyon sayesinde etkinligi yuksek hat tasarimi
- Dolayisiyla daha az atil zaman



Hat Konfigurasyonuna Gore Siniflandirma



Hat Konfigurasyonuna Gore Siniflandirma

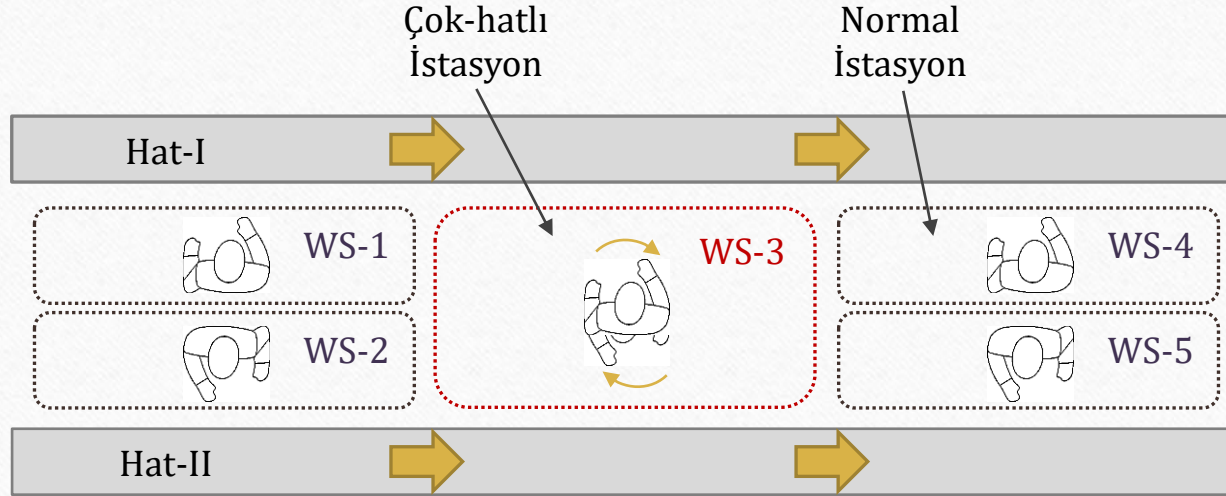


Hattin ön ve arka kisimlari arasindaki mesafeye dikkat edilmeli.

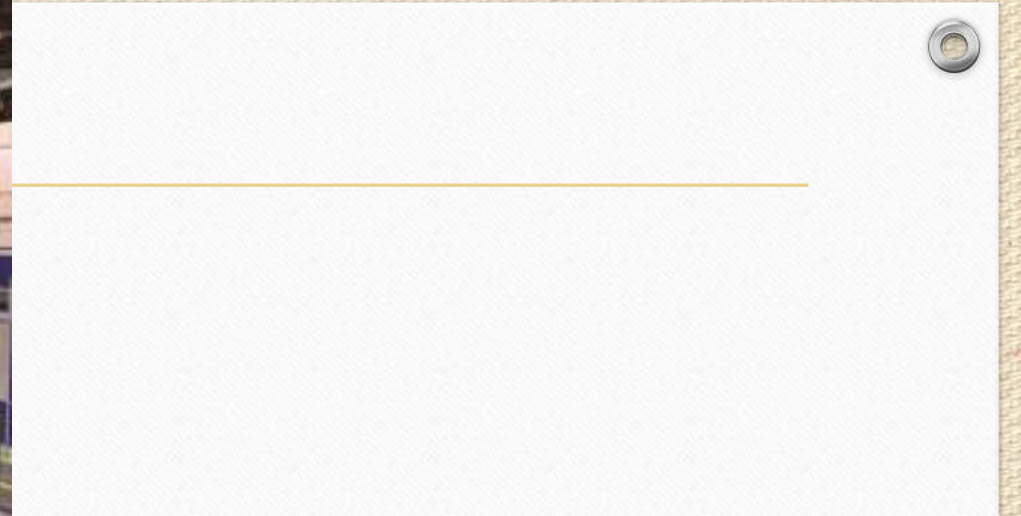
Hat Konfigurasyonuna Gore Siniflandirma

☞ Gokcen et al. (2006):

Paralel Montaj Hatti (parallel assembly line)



- Farkli cevrim surelerine sahip olabilen hatlar
- Her bir hattin uzerinde farkli urun uretebilme opsiyonu
- Çok hatli istasyon sayesinde daha etkin hat tasarimi
- Cozumu acisindan daha karmaşik problem

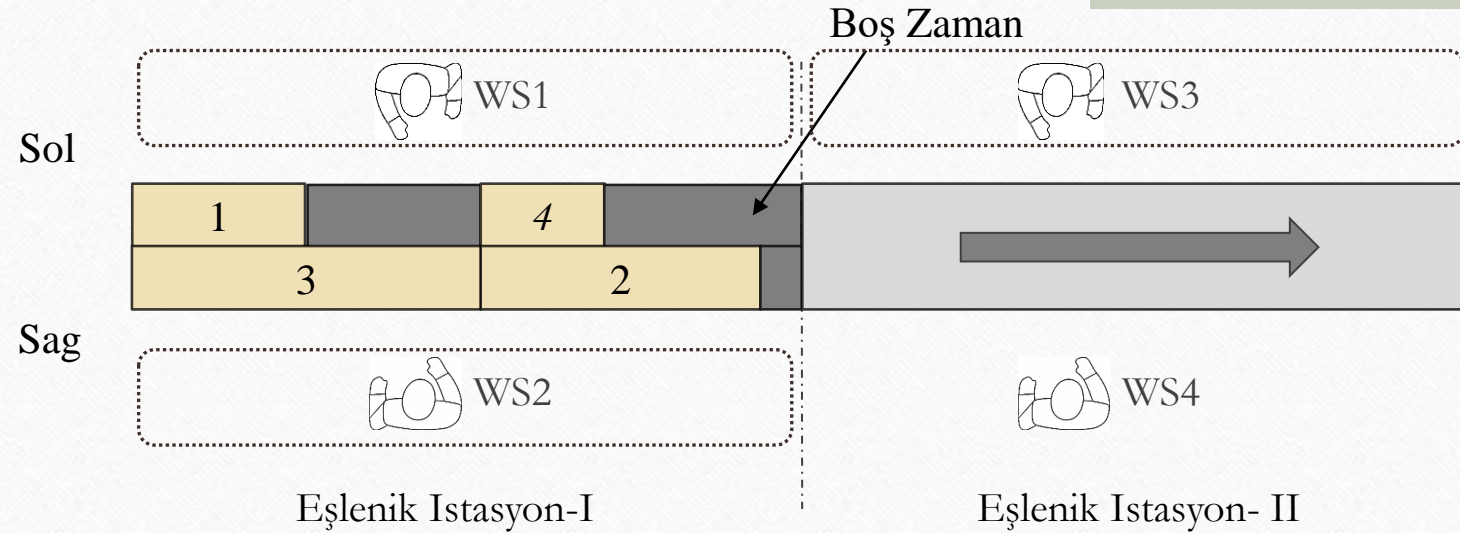


Doç. Dr. İbrahim Küçükkoç

Hat Konfigurasyonuna Gore Siniflandirma

Bartholdi (2003):

Cift Taraflı Hatlar (two-sided lines)



Urun Cesidine Gore Siniflandirma

Tek-modelli (single-model) montaj hattı:

Tek bir model veya ürünün üretimine ayrılmış hatlardır



Karisik-modelli (mixed-model) montaj hattı:

İki veya daha çok benzer ürünün veya bir ürünün farklı modellerinin aynı anda ve karışık olarak üretildiği montaj hatlarıdır.



Cok-modelli (multi-model) montaj hattı:

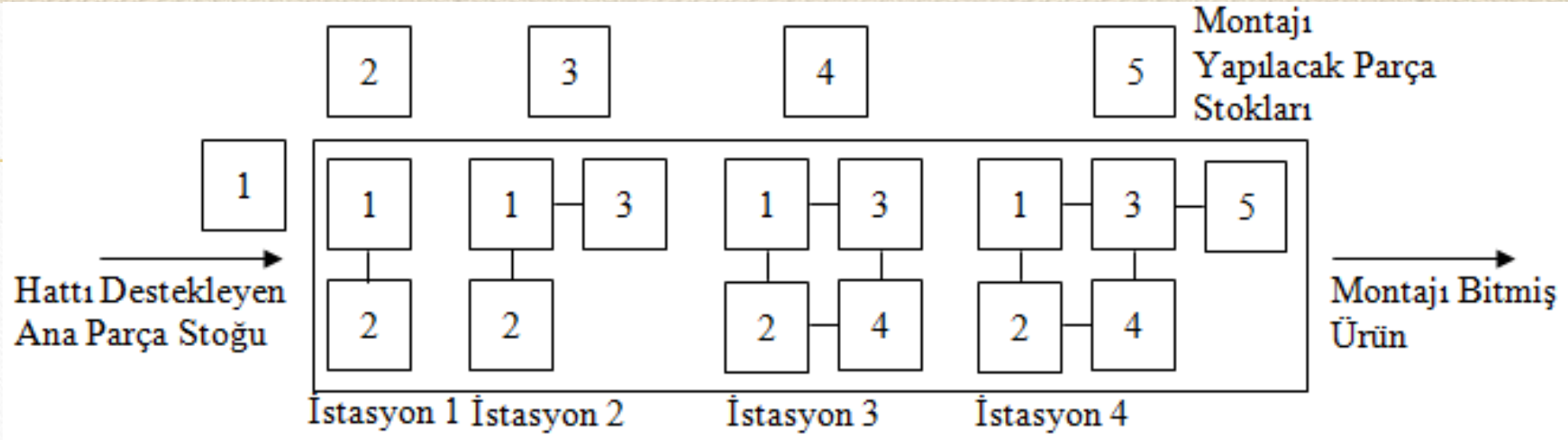
Farklı ürünler veya aynı ürünün iki ya da daha çok benzer tipinin, ayrı yığınlar halinde üretildiği montaj hatlarıdır.



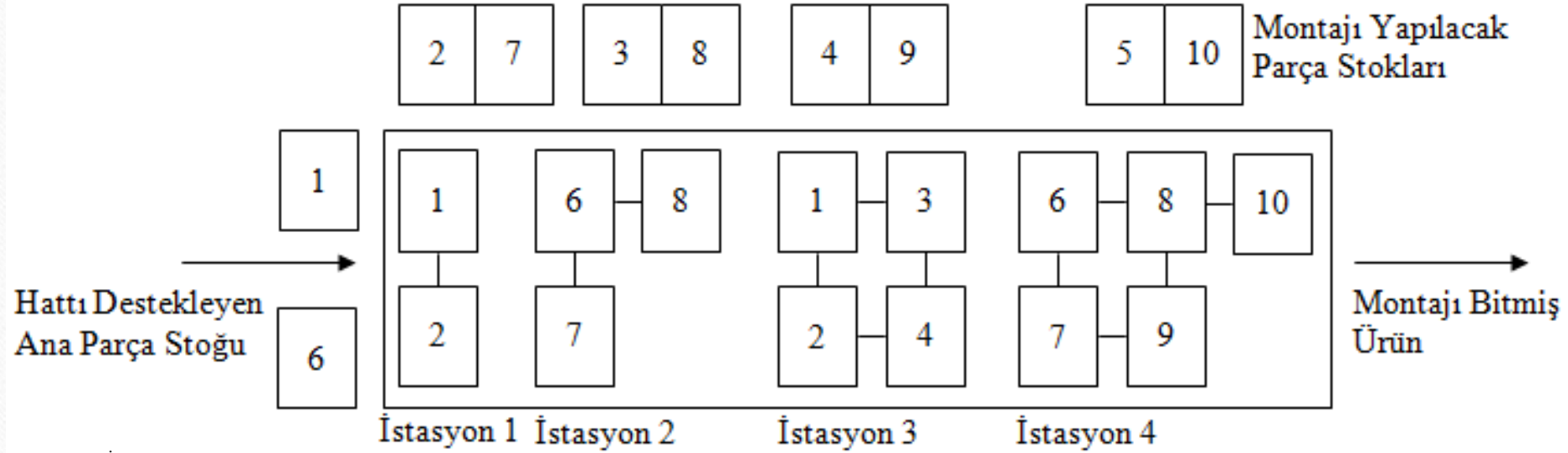
Urun Cesidine Gore Siniflandirma



Tek-modelli

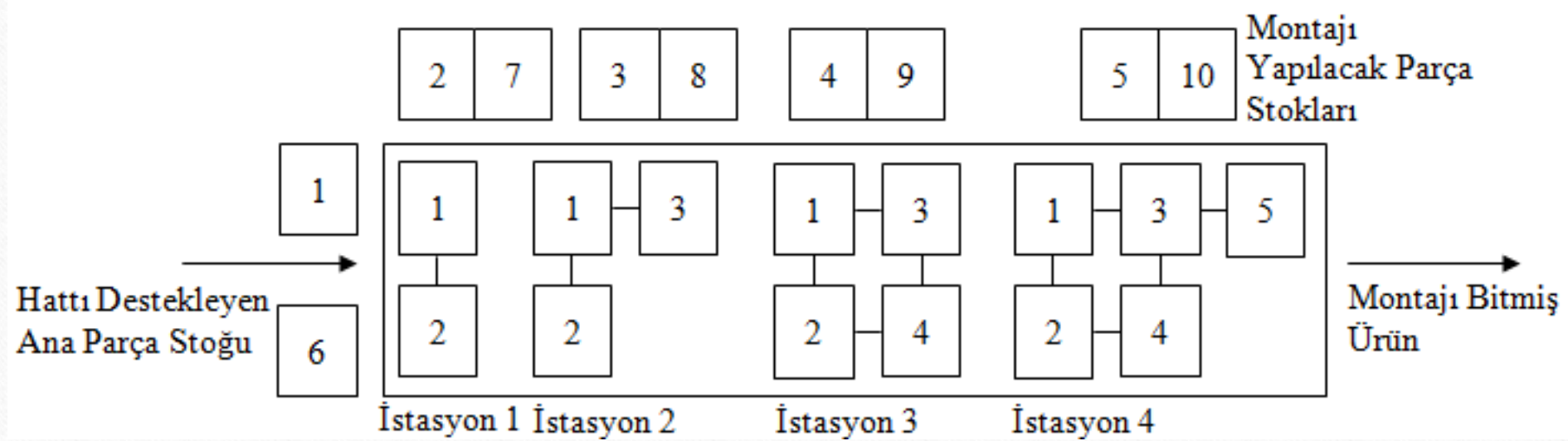


Karışık-modelli



Urun Cesidine Gore Siniflandirma

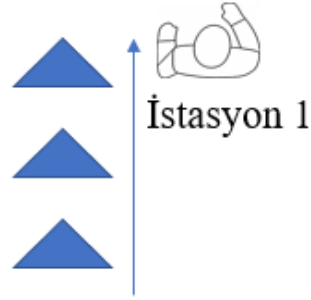
Cok-modelli



Transfer Hattı/Konveyör



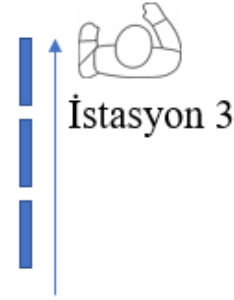
Yarı Mamul
Girişi



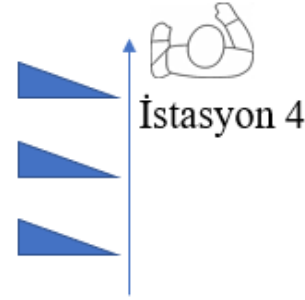
İstasyon 1



İstasyon 2



İstasyon 3



İstasyon 4

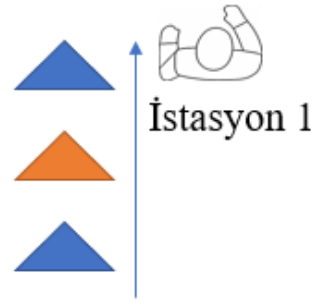
Nihai Ürün
Çıkışı

Montajı Yapılacak Parçaların Beslenmesi

Transfer Hattı/Konveyör



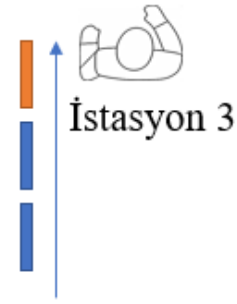
Yarı Mamul
Girişi



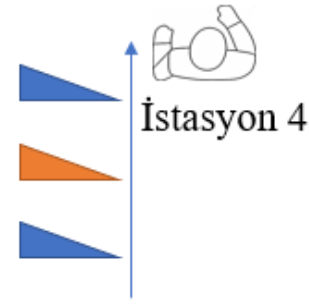
İstasyon 1



İstasyon 2



İstasyon 3



İstasyon 4

Nihai Ürün
Çıkışı


Montajı Yapılacak Parçaların Beslenmesi

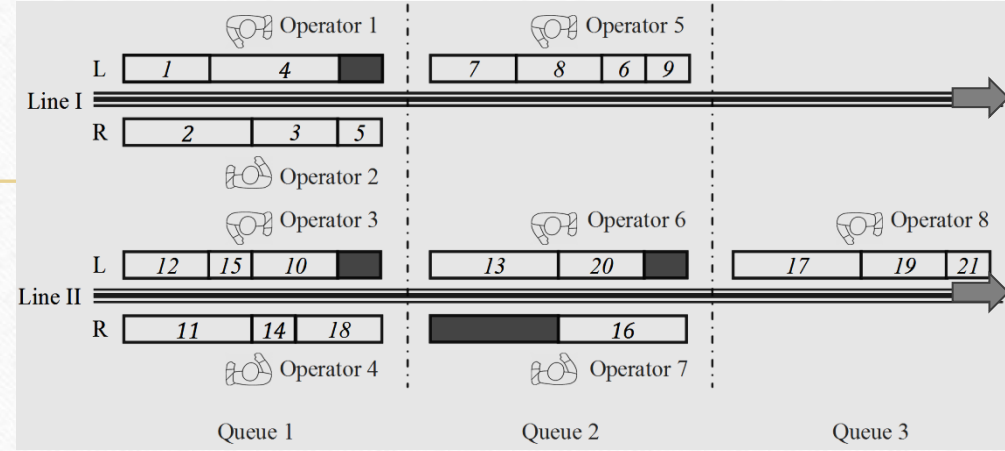
Görev Sürelerinin Durumuna Göre Sınıflandırma


İmalat / montaj hattı dengeleme problemleri, görev sürelerinin durumuna göre **Deterministik MHD Problemi** ve **Stokastik MHD Problemi** olmak üzere ikiye ayrılır.

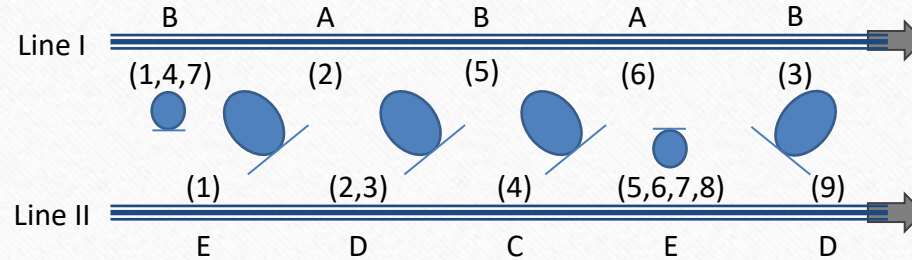
- **Deterministik görev süreli MHD probleminde**, görev süreleri belirli ve deterministiktir.
- **Stokastik görev süreli MHD probleminde**, görev sürelerinin, ortalaması ve standart sapması bilinen bir dağılıma uyduğu kabul edilir.


Hibrid Hatlar

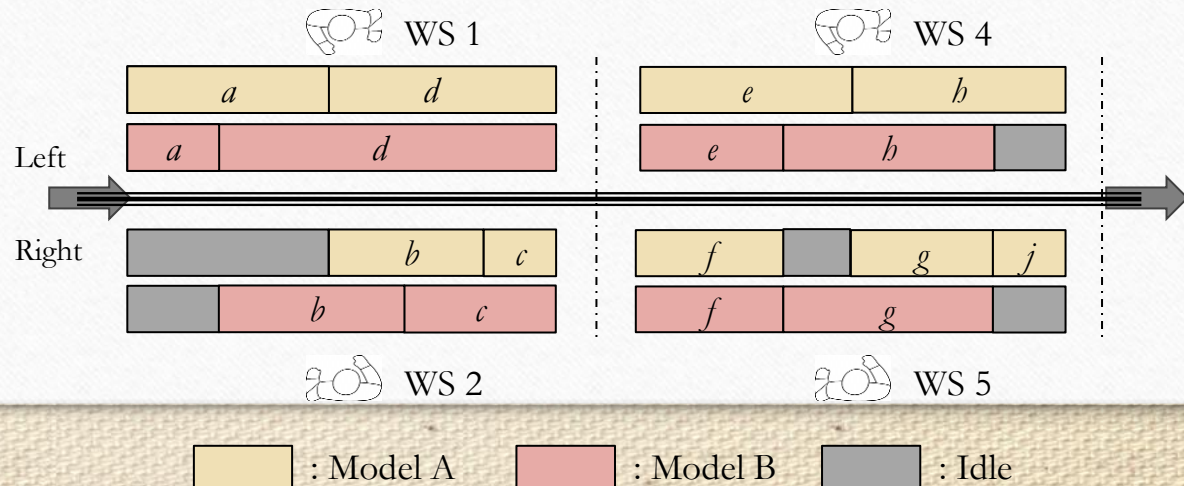
 Ozcan et al. (2010):
 Paralel çift taraflı hatlar (parallel two-sided lines)



 Ozcan et al. (2010):
 Karışık modelli paralel hatlar (mixed-model parallel lines)



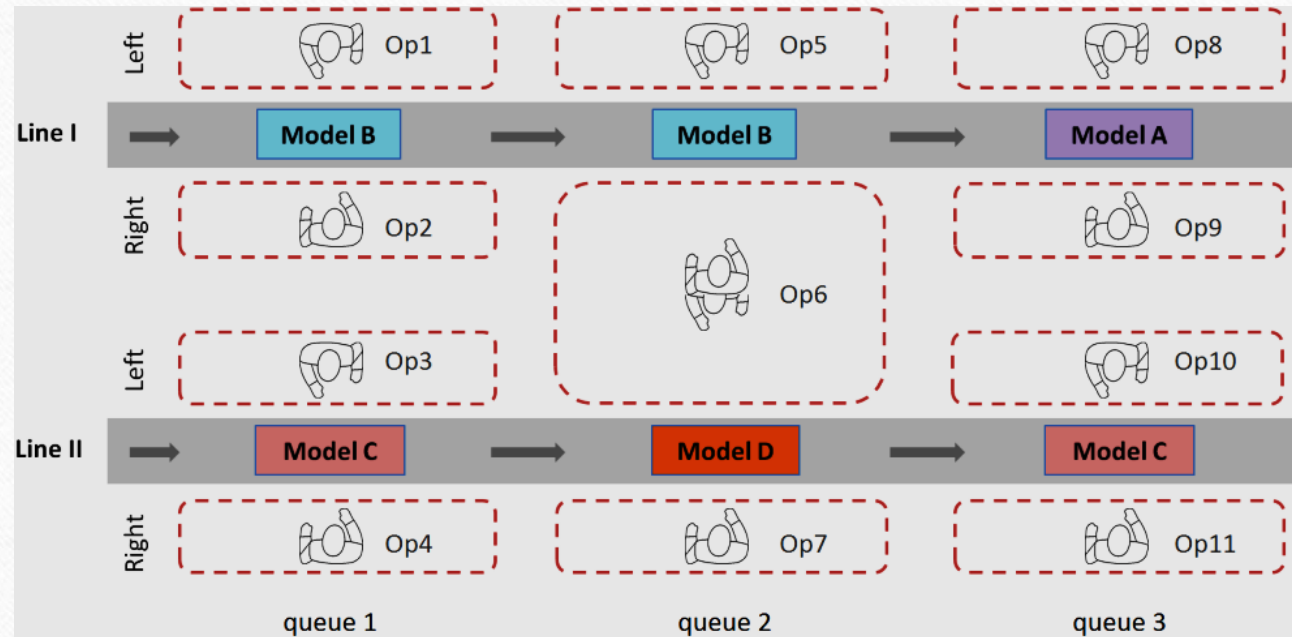
 Simaria and Vilarinho (2009):
 Karışık modelli çift taraflı hatları (mixed-model two-sided lines)



Hibrid Hatlar

☞ Kucukkoc and Zhang (2014):

Karisik-modelli parallel cift taraflı montaj hatlari (mixed-model parallel two-sided lines)





Özel Kısıtlar/Durumlar

Paralel İstasyonlar (Örnek)

Tek Modelli Düz MHD Problemi

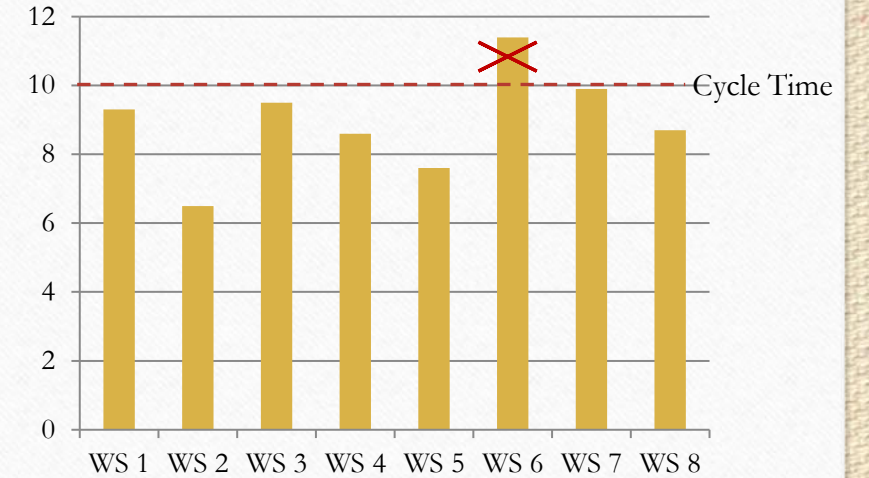
Matematiksel Modelleme

Ozel Kisitlar/Durumlar

- Çevrim süresi
- Öncelik ilişkileri

- Konum (positional constraint) kisiti
- Maksimum istasyon yükü (maximum station workload) kisiti
- Pozitif bolgeleme (positive zoning constraints) kisiti
- Negatif bolgeleme (negative zoning constraints) kisiti
- Senkronize gorevler (synchronised tasks) kisiti
- Operatorle ilgili (operator related) kisitlar

Workloads of stations

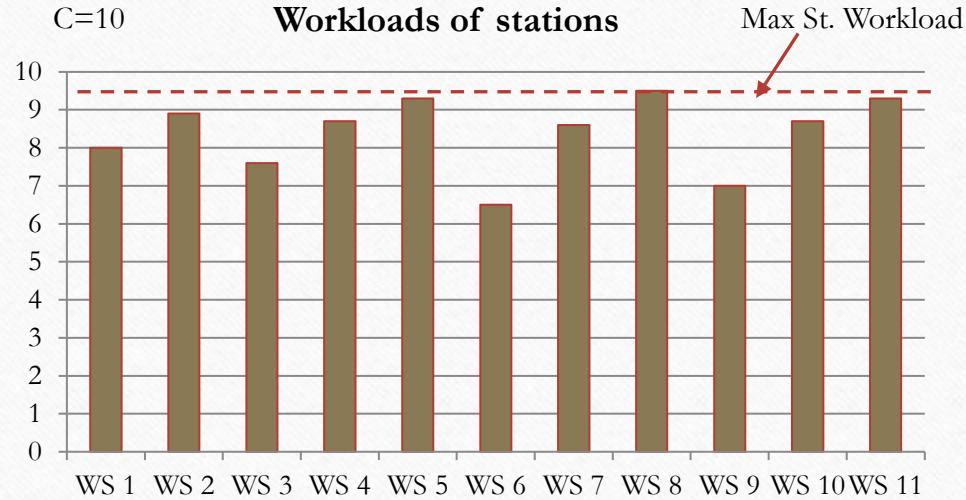


If stations are amplified by buffers, workstations can operate at an individual speed, and buffers can keep in-process inventories (Dolgui et al. 2002, Becker and Scholl 2006).

Ozel Kisitlar/Durumlar

- **Konum Kisiti**

- Cesitli sebeplerden oturu (ozel fiziki donanim gereksinimi, agirlik vb.) tasinamayacak durumdaki alet/makinelerde gerceklestirilmesi gereken bazi gorevler, bu alet/makinelerin bulundugu istasyonlara atanmak zorundadir.



- **Maksimum Istasyon Yuku Kisiti**

- Cesitli nedenlerle olusabilecek gecikmeler veya performans degisikliklerinden dolayi istasyon yuklerinin belirli bir degeri asmamasi kisiti uygulanabilir. Ornegin, “herhangi bir istasyonun yuku, cevrim suresinin %95’ini asamaz” seklinde bir kisit uygulanabilir.

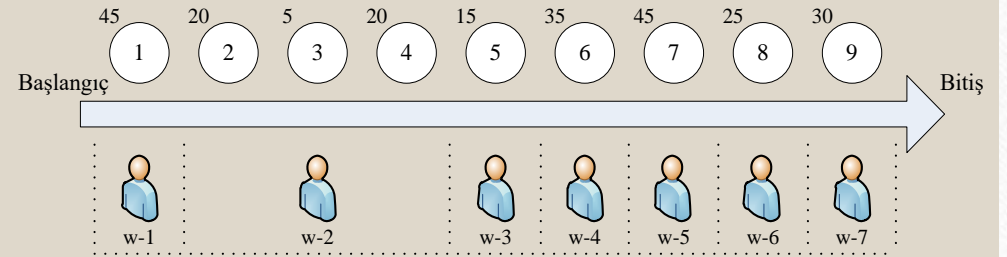
Ozel Kisitlar/Durumlar

- Pozitif Bolgeleme Kisiti

- Ayni istasyonda veya birlikte gerceklestirilmesi gereken islerin birlikte atanmasi icin uygulanan kisittir. Ornegin, tutkal ile yapistirilmesi gereken bir malzeme tutkal surulduktan sonra kisa bir surede yapistirilmak zorundadir. Bu durumda tutkalin surulmesi ve ilgili malzemenin yapistirilmesi islemleri ayni istasyonda gerceklestirilmek durumundadir.

- Negatif Bolgeleme Kisiti

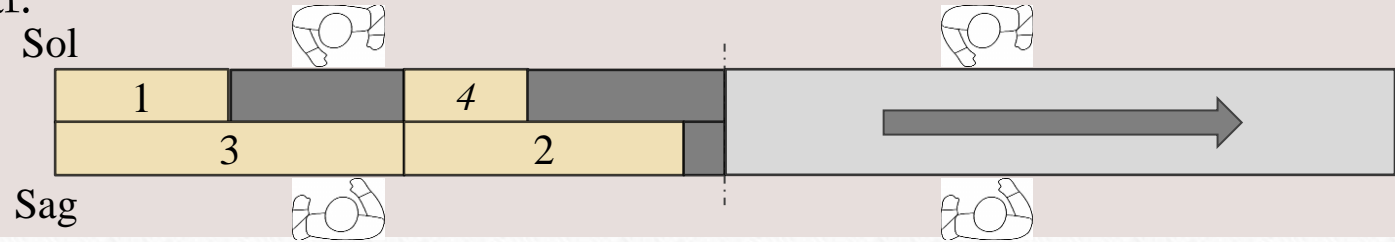
- Bir arada gerceklestirilmesi uygun olmayan veya tehlikeli olan isler ayri istasyonlarda gerceklestirilmek zorundadir. Bu durumda ilgili islerin atanmasi sirasinda negatif bolgeleme kisiti uygulanir.



Ozel Kisitlar/Durumlar

- Senkronize Gorevler Kisiti

- Cogunlukla cift taraflı montaj hatlarında karsilasilan bir durumdur. Hattin her iki tarafında aynı anda gerçekleştirilmesi gereken görevler “senkronize görev” olarak tanımlanır ve senkronize bir şekilde gerçekleştirilebilecek biçimde eslenik istasyonlara atanmak zorundadırlar.



- Operatörle İlgili Kisitlar

- İşlerin istasyonlara atanmasının yanında, operatörlerin istasyonlara atanması da MHD problemlerinin ayrı bir boyutudur. Bazı işler kalifiye işgücü gerektirdiği için bu tür işleri gerçekleştirebilecek operatörlerin bulunduğu/atandığı istasyonlara atanmak zorundadır.





Gorev Sureleri

Deterministik

- Gorevler cok kucuk ve iyi tanimlanmis
- Gorev zamanlarinda olusabilecek degisim gorece kucuk

Stokastik

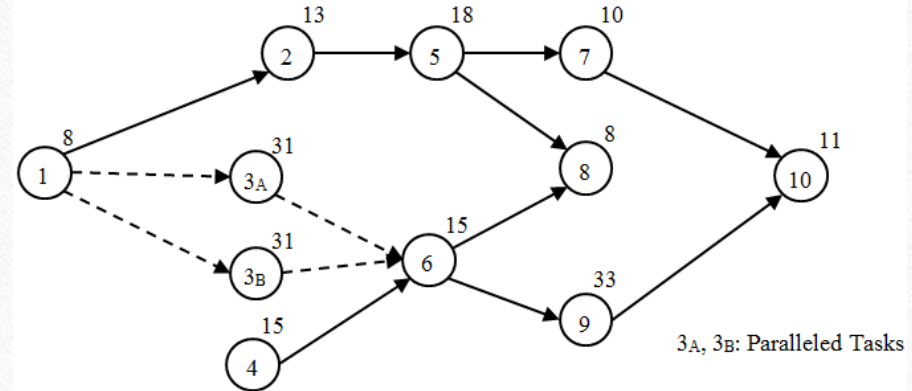
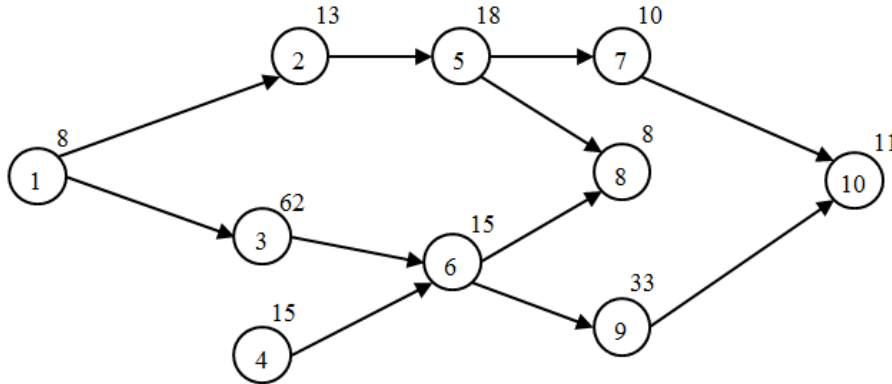
- Personel performansindaki beklenmedik degisimler
- Arizalar

Dinamik

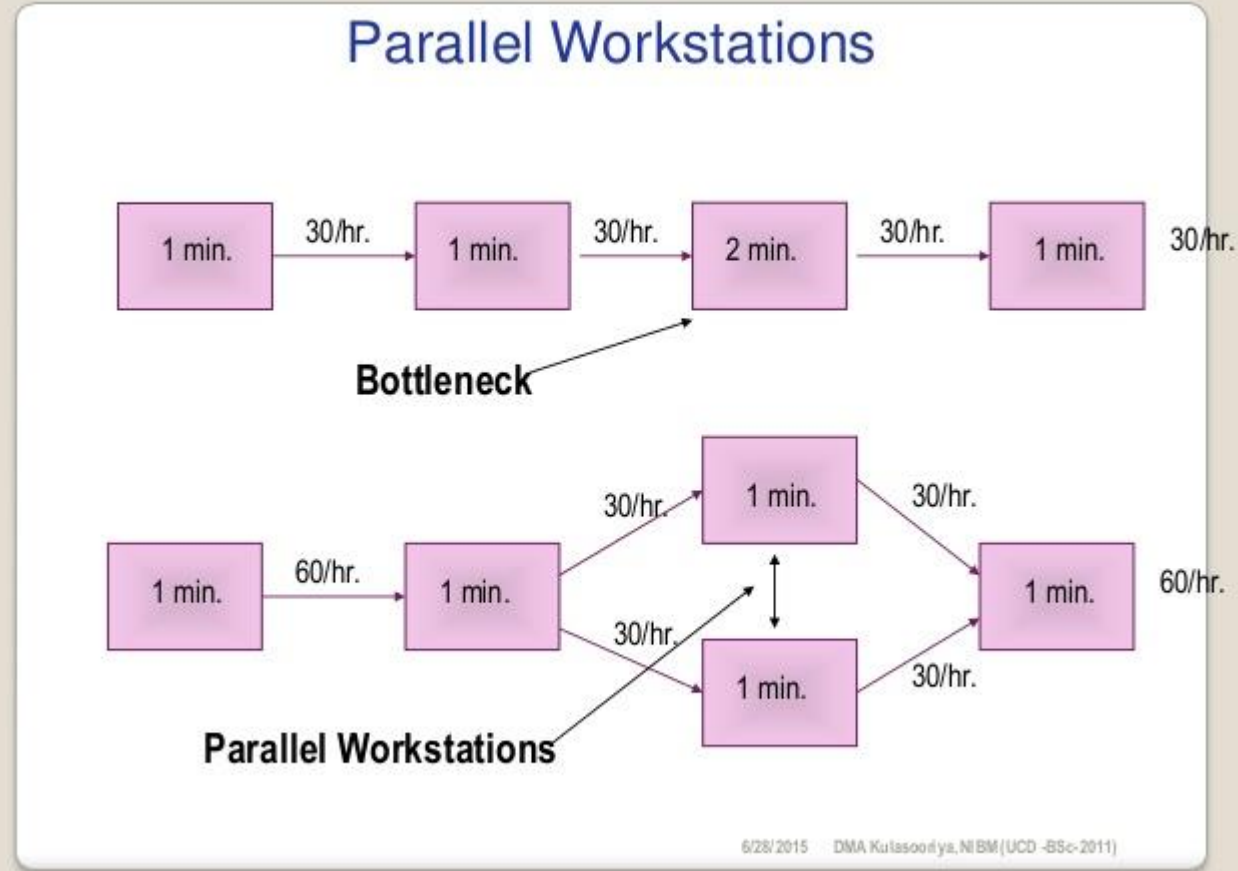
- Ogrenme etkisi (learning effect)
Zamanla azalan ve daha sonra sabit kalan gorev sureleri

Paralel İstasyonlar

- Geleneksel bir montaj hattında, çevrim zamanı, hat üzerinde gerçekleştirilecek en uzun işlem süresine sahip işin işlem süresine eşit veya bundan daha büyük olmalıdır. Bu durum doğal olarak üretim hızını sınırlandırmaktadır.
- Paralel istasyonlar kurularak çevrim süresini aşan işler bu istasyonlarda gerçekleştirilebilir ve böylece ilgili işin görev süresi kurulan paralel istasyon sayısına azaltılmış olur.

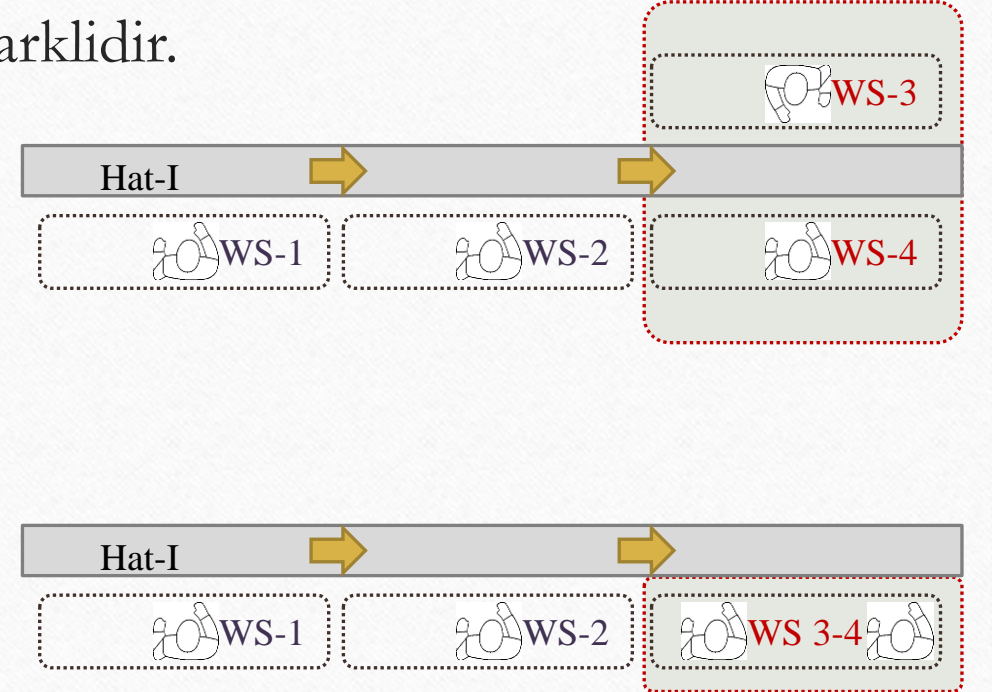
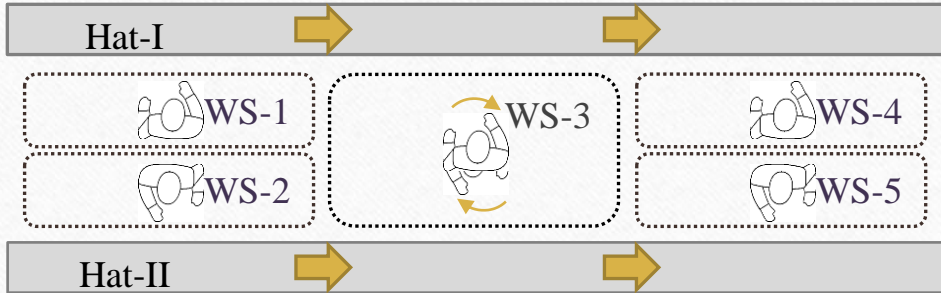


Paralel İstasyonlar



Paralel İstasyonlar

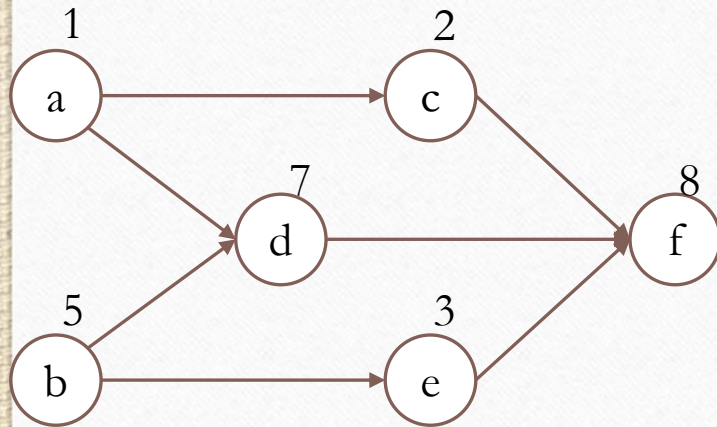
Paralel istasyonlar, paralel montaj hatlarından farklıdır.



- *Paralel istasyon oluşturmak ek maliyet getirirse de, diğer alternatifler arasında üretim hızını artıracak en düşük maliyetli metodlardan biridir.*

Paralel İstasyonlar

Ornek 4-1:



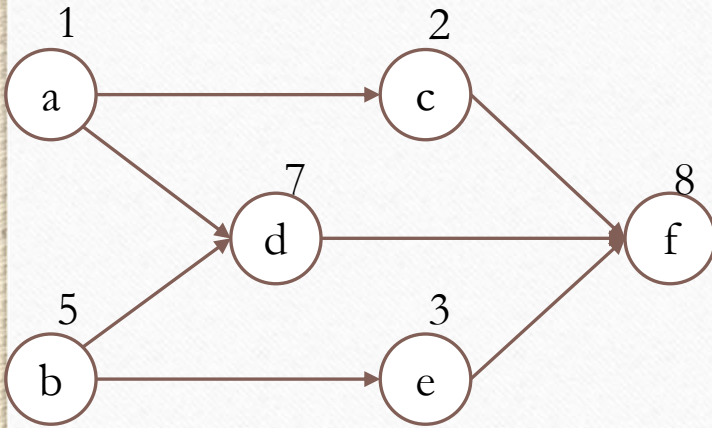
C=10 kabul edildiğinde **En Büyük Aday Kuralı'na** göre çözüm:

Balancing, Assembly Line Results				
Example 1 - Cycle time given Solution				
Station	Task	Time (seconds)	Time left (seconds)	Ready tasks
				a,b
1	b	5.	5.	a,e
	e	3.	2.	a
	a	1.	1.	c,d
2	d	7.	3.	c
	c	2.	1.	f
3	f	8.	2.	
Summary Statistics				
Cycle time	10	seconds		
Time allocated (cyc*sta)	30	seconds/cycle		
Time needed (sum task)	26	seconds/unit		
Idle time (allocated-needed)	4	seconds/cycle		
Efficiency (needed/allocated)	86.66666%			
Balance Delay (1-efficiency)	13.33333%			
Min (theoretical) # of stations	3			

Paralel İstasyonlar

Ornek 4-1:

C=10 kabul edildiğinde **En Büyük Aday Kuralı'na** göre çözüm:



Paralel İstasyonlar - Örnek

Eğer $C=6$ olsaydı ???

- Görüldüğü gibi d ve f görevlerinin zamanları $C=6$ dan büyük olduğu için bu görevlerin normal bir istasyonda 6 birimlik çevrim zamanında gerçekleştirilmeleri mümkün olmaz.
- Bu yüzden çevrim süresini asan i görevinin atanacağı istasyonun kapasitesi RP_i katına çıkarılır ve atama işlemi gerçekleştirilir ($RP_i = \lceil t_i/C \rceil^+$).
- Burada d ve f görevlerinin atandığı istasyonlar **cogaltılmış (replicated)** olarak kabul edilir.

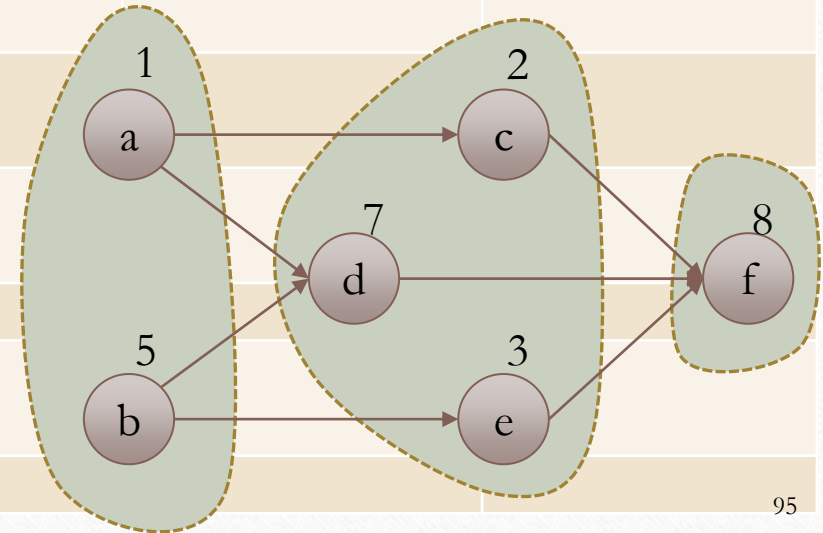
$$RP_d = \lceil t_D/C \rceil^+ = \lceil 7/6 \rceil^+ = 2$$

$$RP_f = \lceil t_F/C \rceil^+ = \lceil 8/6 \rceil^+ = 2$$

Paralel Istasyonlar

En Buyuk Aday
Kuralina Gore*

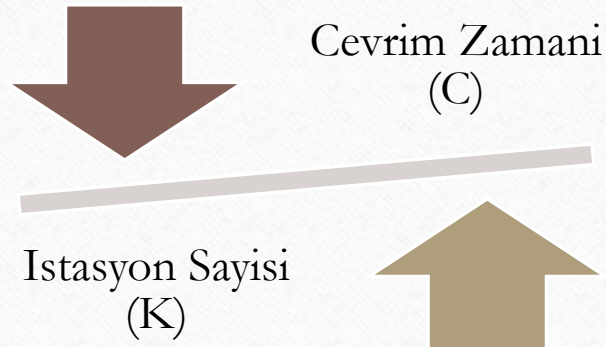
Station	Task	Time (sec.)	Time Left (sec.)	Ready Tasks
1				
2				
3				
Cevrim Zamani (C)				
Ayrilan Zaman (C*K)				
Gerekli Zaman (Gorev Sureleri Toplami)				
Bos Zaman (Ayrilan-Gerekli)				
Etkinlik (Gerekli/Ayrilan)				
Denge Gecikmesi (1-Etkinlik)				
Min. Istasyon Sayisi				



*Bu kural sonraki derslerde detayli olarak anlatilacaktır.

Paralel İstasyonlar

- Cevrim zamanının düşmesi, paralel istasyon kurulumuyla birlikte hattın üretim hızını artırmıştır ($PR=1/C$).
- Buna karşılık, çevrim zamanı 10 olması durumunda gerekli istasyon sayısı 3 iken, çevrim zamanı 6 olduğunda gerekli istasyon sayısı 5 olmuştur. Bu durum üretime ekstra maliyet getirmektedir.
- Üretim hızını artırmak isteyen bir işletme, bu iki durum arasında politikaları doğrultusunda fayda-maliyet analizi yapıp kararını belirleyebilir.



Tek Modelli Duz MHD Problemi



Tek Modelli Düz MHD Problemi

- Montaj hattı dengeleme problemlerinin en yalın hali, tek modelli deterministik görev süreli düz hat dengeleme problemidir ve **basit hat dengeleme problemi** olarak bilinir.
- Problemin temel varsayımları şunlardır:
 - Montaj hattında **tek çeşit ürün büyük miktarlarda** üretilir.
 - Görev süreleri **deterministiktir** ve bilinmektedir.
 - Görevler arasındaki **öncelik ilişkileri bilinmektedir**.
 - Bir görevin tamamı **bir istasyonda** gerçekleştirilmek zorundadır.
 - Bir görevin öncülü varsa, o görevin başlayabilmesi için **bütün öncüllerinin tamamlanmış olması** gerekir.

Tek Modelli Duz MHD Problemi

- Tek modelli duz MHD probleminin temel olarak, **atama kisitlari**, **cevrim zamani kisitlari** ve **öncelik ilişkileri kisitlari** olmak üzere üç çeşit kisiti vardır.

Atama Kisitlari

- Montaj hattındaki bütün görevler istasyonlara atanmak zorundadır ve bir görev yalnızca bir istasyona atanabilir.

Cevrim Zamani Kisitlari

- Montaj hattı üzerinde açılan her bir istasyona atanan görevlerin görev sürelerinin toplamı çevrim zamanını aşamaz.

Oncelik Ilişkileri Kisitlari

- Bir görevin bir istasyona atanabilmesi için o görevin bütün öncüllerinin ya daha önceki bir istasyona ya da o görevle aynı istasyona atanmış olması gerekir.

Tek Modelli Duz MHD Problemi

Tek modelli duz MHD probleminin matematiksel modeli ise şöyledir.

Notasyon:

- i, r, s : görev
- k : istasyon
- C : çevrim zamanı
- K_{max} : maksimum istasyon sayısı
- N : toplam görev sayısı
- t_i : i görevinin tamamlanma süresi
- S : öncelik ilişkileri kümesi
- $(r, s) \in S$: Bir öncelik ilişkisi; r görevi s görevinin komşu öncülüdür
- x_{ik} : 1, i görevi k istasyonuna atanmış ise; 0, aksi halde
- z_k : 1, k istasyonu açılmış ise; 0, aksi halde

Tek Modelli Duz MHD Problemi

**Amac
Fonksiyonu**

$$\text{Minimize } \sum_{k=1}^{K_{max}} z_k \quad (1)$$

KISITLAR

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} x_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N t_i x_{ik} \leq C \cdot z_k \quad \forall k \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} k(x_{rk} - x_{sk}) \leq 0 \quad \forall (r, s) \in S \quad (4)$$

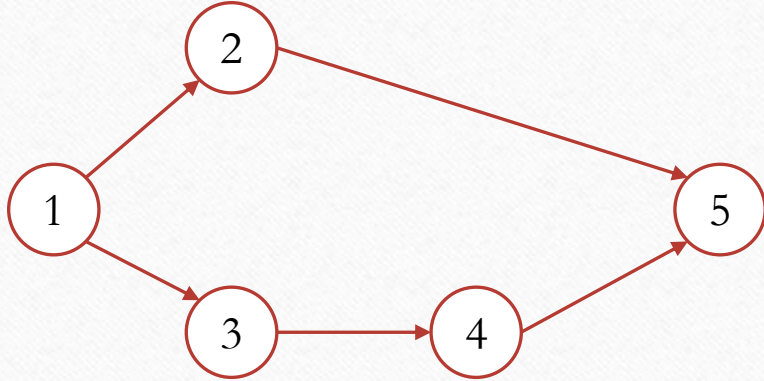
$$x_{ik}, z_k \in \{0,1\} \quad \forall i; \forall k \quad (5)$$

Tek Modelli Duz MHD Problemi

- Problemin amaç fonksiyonu **(1)**, hat boyunca açılan **istasyon sayisini minimize etmeye** yöneliktir.
- **2 numarali kisit**, bütün görevlerin istasyonlara atanmasini ve her görevin bir kere atanmasini sağlamaktadır.
- **3 numarali kisit**, açılan bir istasyondaki görevlerin görev süreleri toplamının çevrim zamanini aşmaması içindir.
- **4 numarali kisit** öncelik ilişkileri kisiti olup, öncülü olan bir görevin ya öncülüyle aynı istasyona ya da öncülünden sonraki bir istasyona atanmasini sağlamaktadır.
- **5 numarali kisit** ise modeldeki bütün x_{ik} ve z_k değişkenlerinin ikili düzende (binary) (0–1) olduğunu ifade etmektedir.

Tek Modelli Düz MHD Problemi

- **Örnek 4-2:** Aşağıda öncelik diyagramı ve görev süreleri verilen montaj hattı dengeleme problemi için, düz hat dengeleme modelini matematiksel olarak yazalım. Çevrim zamanı 10 zaman birimi olsun. ($C = 10$)



Görev	Görev Süresi
1	3
2	6
3	4
4	5
5	1

Tek Modelli Düz MHD Problemi

$$K_{teorik} = \left\lceil \frac{\sum t_i}{c} \right\rceil = \left\lceil \frac{19}{10} \right\rceil = 2, \quad K_{olasi} = 1$$

$$K_{min} = \max\{2,1\} = 2 \quad \text{ise}$$

$$K_{max} = 3 \text{ olsun.}$$

Amac Fonksiyonu:

$$\text{Min } z_1 + z_2 + z_3$$

Tek Modelli Duz MHD Problemi

Atama Kisitlari:

1. gorev icin (i=1): $x_{11} + x_{12} + x_{13} = 1$
2. gorev icin (i=2): $x_{21} + x_{22} + x_{23} = 1$
3. gorev icin (i=3): $x_{31} + x_{32} + x_{33} = 1$
4. gorev icin (i=4): $x_{41} + x_{42} + x_{43} = 1$
5. gorev icin (i=5): $x_{51} + x_{52} + x_{53} = 1$

Cevrim Zamani Kisitlari:

1. istasyon icin (k=1): $3x_{11} + 6x_{21} + 4x_{31} + 5x_{41} + 1x_{51} \leq 10z_1$
2. istasyon icin (k=2): $3x_{12} + 6x_{22} + 4x_{32} + 5x_{42} + 1x_{52} \leq 10z_2$
3. istasyon icin (k=3): $3x_{13} + 6x_{23} + 4x_{33} + 5x_{43} + 1x_{53} \leq 10z_3$

Tek Modelli Düz MHD Problemi

Oncelik Iliskileri Kisitlari:

$$S = \{(1,2), (1,3), (2,5), (3,4), (4,5)\}$$

$$(1,2) \text{ iliskisi icin: } 1(x_{11} - x_{21}) + 2(x_{12} - x_{22}) + 3(x_{13} - x_{23}) \leq 0$$

$$(1,3) \text{ iliskisi icin: } 1(x_{11} - x_{31}) + 2(x_{12} - x_{32}) + 3(x_{13} - x_{33}) \leq 0$$

$$(2,5) \text{ iliskisi icin: } 1(x_{21} - x_{51}) + 2(x_{22} - x_{52}) + 3(x_{23} - x_{53}) \leq 0$$

$$(3,4) \text{ iliskisi icin: } 1(x_{31} - x_{41}) + 2(x_{32} - x_{42}) + 3(x_{33} - x_{43}) \leq 0$$

$$(4,5) \text{ iliskisi icin: } 1(x_{41} - x_{51}) + 2(x_{42} - x_{52}) + 3(x_{43} - x_{53}) \leq 0$$

Isaret (Yön) Kisitlari:

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{41}, x_{42}, x_{43}, x_{51}, x_{52}, x_{53} \in \{0,1\}$$

$$z_1, z_2, z_3 \in \{0,1\}$$

Bölüm Kaynakları

- Gen, M., Cheng, R., Lin, L., 2008. Network Models and Optimization, Springer-Verlag, London
- Kara, Y., 2004. U-tipi montaj hattı dengeleme problemleri için yeni modeller ve otomotiv yan sanayiinde bir uygulama, Doktora Tezi, Selcuk Üniversitesi, Konya.
- Kara, Y., Uretim Planlama-II Ders Notlari, Selcuk Üniversitesi, Konya, <http://goo.gl/Uccn8S>.
- Kucukkoc, I., Modelling and Solving Mixed-model Parallel Two-sided Assembly Line Problems, Doktora Tezi, University of Exeter, Agustos 2015, <http://hdl.handle.net/10871/18917>.
- Kucukkoc, I., Zhang, D.Z., 2014a. Mathematical Model and Agent Based Solution Approach for the Simultaneous Balancing and Sequencing of Mixed-Model Parallel Two-Sided Assembly Lines. International Journal of Production Economics 158, 314-333, doi: <http://dx.doi.org/310.1016/j.ijpe.2014.1008.1010>.
- Kucukkoc, I., Zhang, D.Z., 2015. Type-E parallel two-sided assembly line balancing problem: Mathematical model and ant colony optimisation based approach with optimised parameters. Computers and Industrial Engineering 84, 56–69, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2014.1012.1037>.

Bölüm Kaynakları

- Miltenburg, G.J., Wijngaard, J., 1994. The U-Line Line Balancing Problem. Management Science 40, 1378-1388.
- Salveson, M.E., 1955. The assembly line balancing problem. Journal of Industrial Engineering 6, 18-25.
- Simaria, A.S., Vilarinho, P.M., 2009. 2-ANTBAL: An ant colony optimisation algorithm for balancing two-sided assembly lines. Computers & Industrial Engineering 56, 489-506.
- WILD, Rey, “Mass Production Management”, John Wiley & Sons Ltd., New York, 1972
- Zhang, David Z, Manufacturing Systems, Ders Notlari, University of Exeter, İngiltere.
- http://www.prenhall.com/weiss_dswin/html/balance.htm, Erisim 05.06.2015
- http://www.volkswagenag.com/content/vwcorp/info_center/en/themes/2013/02/SEAT_Martorell_celebrates_20th_anniversary.html, Erisim 17.03.2016
- <https://www.youtube.com/watch?v=sqNnNMLTapI>, Erisim 17.03.2016
- <http://www.pbs.org/newshour/making-sense/make-in-india-promises-manufacturing-jobs-for-millions-heres-why-it-wont-work/>, Erisim 17.03.2016



En Erken ve En Geç İstasyon Hesaplama, Tip-I MHD Adımları MHD Problemlerinin Çözümünde Kullanılan Yöntemler "Enumeration" Metodu

En Erken ve En Gec Istasyon Hesaplamalari

- Kurulan modelde degisken sayisini azaltmak ve cozum asamasini kolaylastirmak icin gorevlerin atanabilecegi en erken (earliest) ve en gec (latest) istasyon numaralari hesaplanabilir.
- Notasyon:

PR_i : i gorevinin tum oncullerinin kumesi

S_i : i gorevinin tum ardillarinin kumesi

E_i : i gorevinin atanabilecegi en erken istasyon

L_i : i gorevinin atanabilecegi en gec istasyon

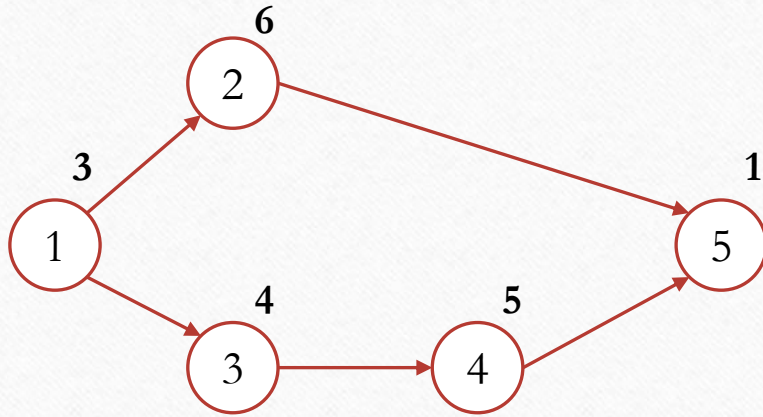
(*Diger tanimlamalar onceki derslerde verilmistir*)

$$E_i = \left\lceil \frac{t_i + \sum_{a \in PR_i} t_a}{C} \right\rceil^+$$

$$L_i = K_{max} + 1 - \left\lceil \frac{t_i + \sum_{b \in S_i} t_b}{C} \right\rceil^+$$

En Erken ve En Gec Istasyon Hesaplamalari

Ornek 5-1: Asagida oncelik diyagrami ve sureleri verilen tek modelli duz montaj hatti dengeleme problemi icin 1 ve 4 numarali gorevlerin en erken ve en gec atanabilecegi istasyonlari bulalim (Cevrim zamani 10 zaman birimi olsun, $C = 10$).



$K_{min} = 2$ olarak hesaplanirsa, $K_{max} = 3$ olarak kabul edilmisti.

$$E_1 = \left\lceil \frac{t_1 + \sum_{a \in PR_1} t_a}{10} \right\rceil^+ = 1$$

$$L_1 = 3 + 1 - \left\lfloor \frac{t_1 + \sum_{b \in S_1} t_b}{10} \right\rfloor^+ = 2$$

$$E_4 = \left\lceil \frac{t_4 + \sum_{a \in PR_4} t_a}{10} \right\rceil^+ = 2$$

$$L_4 = 3 + 1 - \left\lfloor \frac{t_4 + \sum_{b \in S_4} t_b}{10} \right\rfloor^+ = 3$$

En Erken ve En Gec Istasyon Hesaplamalari

Tum gorevlerin en erken ve en gec atanabilecegi istasyonlar bulunduktan sonra problemin matematiksel modeli asagidaki gibi kurulur (gereksiz karar degiskenleri modelden cikartilir):

$$E_1 = 1$$

$$E_2 = 1$$

$$E_3 = 1$$

$$E_4 = 2$$

$$E_5 = 2$$

$$L_1 = 2$$

$$L_2 = 3$$

$$L_3 = 3$$

$$L_4 = 3$$

$$L_5 = 3$$

Elenen Karar Degiskenleri

$$x_{13}$$

$$x_{41}$$

$$x_{51}$$

Amac Fonksiyonu:

$$\text{Min } z_1 + z_2 + z_3$$

Atama Kisitlari:

$$x_{11} + x_{12} = 1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 1$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 1$$

$$x_{42} + x_{43} = 1$$

$$x_{52} + x_{53} = 1$$

Cevrim Zamani Kisitlari:

$$3x_{11} + 6x_{21} + 4x_{31} \leq 10z_1$$

$$3x_{12} + 6x_{22} + 4x_{32} + 5x_{42} + 1x_{52} \leq 10z_2$$

$$6x_{23} + 4x_{33} + 5x_{43} + 1x_{53} \leq 10z_3$$

En Erken ve En Gec Istasyon Hesaplamalari

Oncelik Iliskileri Kisitlari:

$$(x_{11} - x_{21}) + 2(x_{12} - x_{22}) - 3x_{23} \leq 0$$

$$(x_{11} - x_{31}) + 2(x_{12} - x_{32}) - 3x_{33} \leq 0$$

$$x_{21} + 2(x_{22} - x_{52}) + 3(x_{23} - x_{53}) \leq 0$$

$$x_{31} + 2(x_{32} - x_{42}) + 3(x_{33} - x_{43}) \leq 0$$

$$2(x_{42} - x_{52}) + 3(x_{43} - x_{53}) \leq 0$$

Sonuc olarak x_{ik} karar degiskenlerinin sayisi 15 ten 12 ye indi ve kisitlar sadelesti.

Isaret (Yön) Kisitlari:

$$x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{42}, x_{43}, x_{52}, x_{53} \in \{0,1\}$$

$$z_1, z_2, z_3 \in \{0,1\}$$



K_{max} degeri 3 yerine 5 alınmis olsaydi?

Tip-I MHD Adimlari

- Hat üzerinde gerceklestirilecek islerin bolunebilecek temel parcalara ayrilmasi
- İşlerin surelerinin ve birbirleriyle olan ilişkilerinin (önceliklerinin) belirlenmesi
- Planlama periyodu ve talep miktarina gore çevrim süresinin hesaplanması
- Teorik minimum iş istasyonu sayısının belirlenmesi
- **Hat dengeleme yönteminin belirlenmesi** ve bu yöntemle göre çözüme ulaşılması
- Hat etkinliğinin ve denge kaybının hesaplanması

MHD Problemlerinin Cozumunde Kullanilan Yontemler

- MHD problemleriyle ilgili olarak pek çok yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemler üç grupta incelenebilir.
 - Birinci grupta "kesin yöntemler (exact methods)" dediğimiz problemin en iyi (optimal) çözümünü bulan yöntemler (bunlar matematiksel programlama yöntemleridir) yer alır. Analitik bir şekilde çözüm üretir ve genellikle zaman alicidir. Problemin boyutu buydukçe çözüm süresi de aşırı şekilde artar.
 - İkinci grupta problemin yapısına özgün olarak geliştirilmiş “sezgisel algoritmalar (heuristic algorithms)” yer alır. Bu yöntemler optimal çözümü garantilememekle beraber, belirli kısıtlar altında, göreceli (nispi) olarak iyi ve geçerli çözümleri daha az bir hesaplama ile sağlamaktadırlar.

MHD Problemlerinin Cozumunde Kullanilan Yontemler

- Üçüncü grupta ise, orijinali problemin yapısından bagimsiz olarak gelistirilmis, fakat probleme uygun sekilde modifiye edilip kullanilabilen “meta-sezgisel algoritmalar (meta-heuristic algorithms)” yer alır. Meta-sezgiseller, problem yapısından bagimsiz oldugu için, baska problemlere de uygulanabilmekte ve basarili sonuclar alinabilmektedir. Programlama yapisi sezgisel algoritmalara nazaran biraz daha karmasik olmakla birlikte, baska sezgisel veya meta-sezgisel algoritmalarla birlestirilerek sezgisel algoritmalara gore daha basarili sonuclar elde etmeleri mumkundur.

MHD Problemlerinin Cozumunde Kullanilan Yontemler

- Montaj hatlarının dengelenmesi ile ilgili olarak geliştirilen optimal yöntemler çok uzun bilgi işlem zamanına gerek duyduklarından genellikle akademik araştırmalar olarak kalan ve pratikte fazla uygulama olanağı bulunmayan yöntemlerdir. Sezgisel yöntemler ise problemin bir çözümünü oldukça hızlı elde eden yöntemlerdir; optimal çözüme oldukça yakın çözümleri kısa bilgi işlem zamanlarında elde eden sezgisel yöntemler geliştirilmiştir.
- Bugün uygulamada karşılaşılan problemlerin büyük ölçekli olması (iş elemanları ve iş istasyonları sayıları açısından), sezgisel ve meta-sezgisel yöntemleri kullanım açısından daha geçerli kılmıştır. Örneğin, $N = 70$ iş elemanı ve bunlar arasında $r = 105$ öncelik ilişkisi bulunan bir üretim hattında;

$$N! / 2^r = 70! / 2^{105} = 10^{85} \text{ uygun (feasible) sıralama vardır.}$$

MHD Problemlerinin Cozumunde Kullanilan Yontemler

Kesin Yontemler

- Matematiksel Programlama
(0-1, Tam sayili, Karisik Tam sayili, Hedef, ...)
- Dinamik Programlama
- Dal/sınır Algoritmasi
- ...

Sezgisel Yontemler

En Buyuk Aday Kurali
Immediate Update First Fit (IUFF)
Pozisyon Agirligi Yontemi (Helgeson - Birnie)
COMSOAL
Sirala ve Ata (Rank and Assign)
Bolgeleme Kurali (Kilbridge and Wester)
...

Meta-sezgisel Yontemler

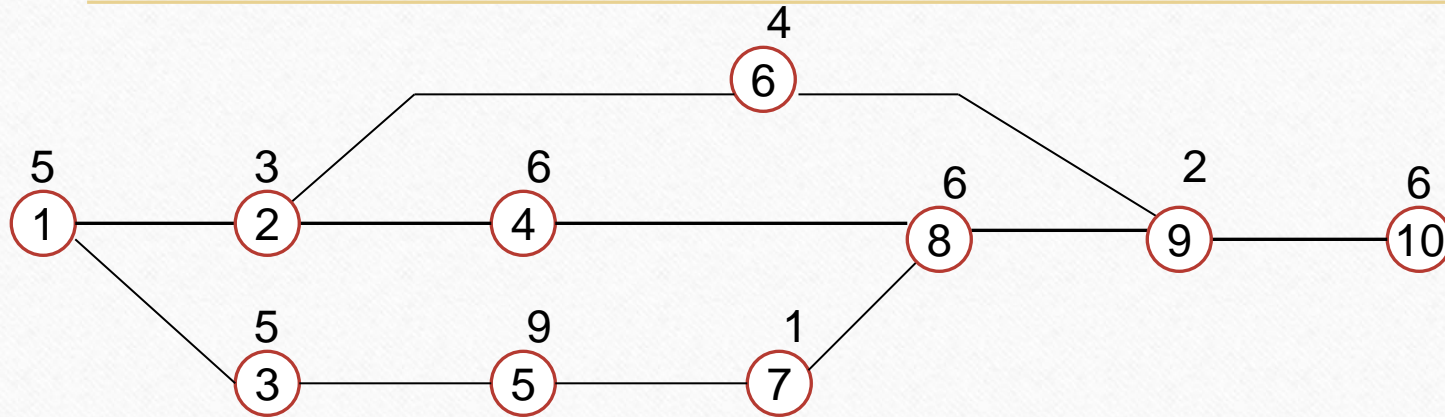
Ari Algoritmaları
Karinca Kolonisi Algoritmaları
Genetik/evrimsel Algoritmalar
Tavlama Benzetimi Teknigi
Tabu Arama Algoritmasi
...

“Enumeration” Metodu

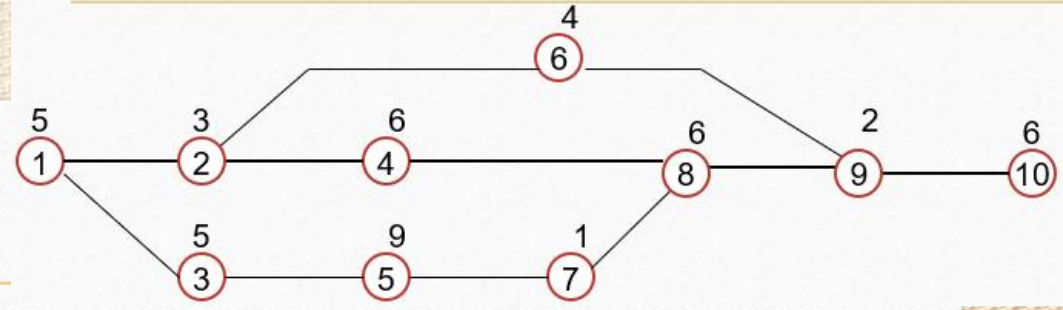
Gorev	Gorev Zamani (dakika)	Komşu Öncülleri
1	5	-
2	3	1
3	5	1
4	6	2
5	9	3
6	4	2
7	1	5
8	6	4,7
9	2	6,8
10	6	9

- Talep (D) = 240 adet
- Planlama Periyodu (P) = 40 saat

“Enumeration” Metodu



- $C = P/D = 2400 \text{ dakika} / 240 \text{ adet} = 10 \text{ dakika/adet}$
- $T = 47 \text{ dakika}$
- $K_{min} = \max\{K_{teorik}, K_{olasi}\} = \max\{[47/10]^+, 4\} = 5$
- $5 \leq K_{max} \leq 10$



Bölüm Kaynakları

- Groover, M.P. (2008), “Automation, Production Systems, and Computer-Integrated Manufacturing,” 3rd Edition, ISBN: 0132070731. USA.
- Helgeson, W. B. and Birnie, D. P. (1961). “Assembly line balancing using the ranked positional weight technique,” Journal of Industrial Engineering, 12 (6), 334-338.
- Kara, Y., Uretim Planlama-II Ders Notlari, Selcuk Universitesi, Konya, <http://goo.gl/Uccn8S>.
- Karaca, M., Montaj Hatlari, SDÜ İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, Cilt 1, Sayı 1, 1996.
- Krajewski, L.J., Ritzman, L.P., Malhotra, M.K., Uretim Yonetimi 9. Baski (Orjinal Ismi: Operations Research, Prentice Hall), Ceviri Editoru: Semra Birgun, Nobel Yayinlari, <http://www.nobelyayin.com/detay.asp?u=3310>



Sezgisel Algoritmalar

Sezgisel Algoritmalar

- Montaj hattı dengeleme problemlerinin en basit hali olan tek modelli deterministik görev süreli düz montaj hattı dengeleme probleminin NP-Hard (polinomial zamanda çözülemeyen) sınıfına girdiği bilinmektedir. Bu nedenle, hem tek modelli düz MHD problemi hem de problemin daha zor ve karmaşık diğer sınıfları için optimal çözümü garanti edecek bir sezgisel metodoloji mevcut değildir.
- Konu ile ilgilenen araştırmacılar, optimalite garanti etmese de optimale yakın çözümler üreten bir takım sezgisel algoritmalar geliştirmişlerdir. İlerleyen bölümlerde, MHD problemleri için etkili çözümler üreten bazı sezgisel yöntemler tanıtılacaktır.
- **2 Temel Yaklaşım:** Immediate Update First Fit (IUFF)
Rank and Assign (Sırala ve Ata)

Immediate Update First Fit (IUFF)

- **Immediate Update First Fit (IUFF)** yaklaşımı görevlerin tabloda verilen altı fonksiyona ilişkin değerlerini belirleyerek atanabilecek görevlere bu değerlere göre öncelik tanıyan bir yaklaşımdır. Tablodaki fonksiyonlardan hangisinin kullanıldığına bağlı olarak, $IUFF_n$ olarak kısaltılır ($n = 1, 2, \dots, 6$).

n	Fonksiyon Adı	Acıklama
1	Görev Süresi	Görevin süresi (En Büyük Aday Kuralı)
2	Pozisyon Ağırlığı	Görevin kendisinin ve tüm ardıllarının görev süreleri toplamı
3	Ters Pozisyon Ağırlığı	Görevin kendisinin ve tüm öncüllerinin görev süreleri toplamı
4	Ardıl Sayısı	Görevin ardıllarının sayısı
5	Komsu Ardıl Sayısı	Görevin komşu ardıllarının sayısı
6	Oncul Sayısı	Görevin öncüllerinin sayısı

Immediate Update First Fit (IUFF)

Tablodaki fonksiyonlardan hangisinin kullanılacağı belirlendikten sonra IUFF yöntemi şöyle çalışır:

1. Görevlerin ilgili fonksiyona ilişkin değerleri belirlenir.
2. Atanabilir görevler kümesi güncellenir (öncelik ilişkileri kısıtını sağlamak için atanabilir görevler kümesi, tüm öncülleri atanmış görevlerden oluşur).
3. Atanabilir görevler kümesindeki görevler içerisinde fonksiyon değeri en yüksek olan görev ilgili istasyona atanır (burada fonksiyon değeri en yüksek olan görev, süresinden dolayı istasyona atanamıyorsa, fonksiyon değeri en yüksek bir sonraki göreve bakılır. Atanabilir görevler kümesindeki görevlerden hiç biri bu istasyona atanamıyorsa yeni istasyon açılır ve fonksiyon değeri en yüksek olan görev atanır).
4. Tüm görevler atanmadıysa adım 2'ye gidilir. Tüm görevler atandıysa algoritma sonlandırılır.

En Büyük Aday Kuralı (Largest Candidate Rule - LCR)

En Büyük Aday Kuralı (Largest Candidate Rule - LCR) montaj hattı dengelemede kullanılan en basit yöntemlerdendir. Adımları şu şekilde özetlenebilir (Sule, 2008):

- **Adım 1:**

Görevler, görev zamanlarına göre azalan şekilde sıralanır.

Her görev için ilgili öncelikli görevler belirtilir.

- **Adım 2:**

İlk istasyonla başlanır ve kalan istasyonlar için Adım 3'te belirtildiği gibi işlemler uygulanır.

- **Adım 3:**

Görev listesinin en üstündeki görev ile başlanır ve atanmamış ilk uygun görev ilgili istasyona atanır.

Bir görev atandığı zaman, o görev, önceliği olan diğer tüm görevlerin öncelikli görevler listesinden çıkartılır.

Bir görevin uygun olabilmesi için, ya öncelikli görevlerinin olmaması ya da tüm öncelikli görevlerin tamamlanmış olması gerekir.

En Buyuk Aday Kurali (Largest Candidate Rule - LCR)

- **Adım 3 (devam):**

Bir görevin bir istasyona atanabilmesi için, görevin süresi ile o istasyona atanmış görevlerin toplam süresinin, çevrim süresini aşmaması gerekir. Eğer aşarsa atama işlemi yapılmadan diğer göreve geçilir.

Eğer atanabilecek uygun görev yoksa Adım 5'e gidilir.

- **Adım 4:**

İstasyona ataması yapılan görev, listeden silinir. Eğer listede başka atanacak görev kalmadıysa Adım 6'ya gidilir, aksi halde Adım 3'e gidilir.

- **Adım 5:**

İstasyon numarasının bir artırılması ile yeni bir istasyon oluşturulur ve Adım 3'e gidilir.

- **Adım 6:**

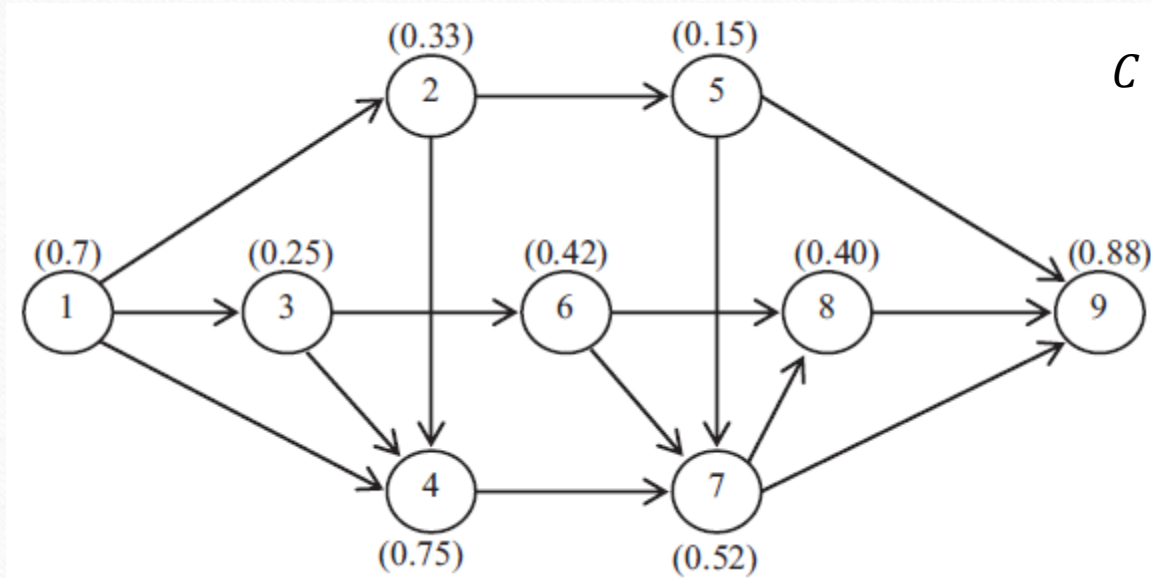
Tüm görevler atanmıştır. Mevcut istasyon numarası, gerekli toplam istasyon sayısını belirtmektedir.

Hangi görevlerin hangi istasyonlarda yapılması gerektiği belirlenmiştir.

En büyük toplam zamana sahip istasyonun zamanı, çevrim zamanı olarak kabul edilir.

En Buyuk Aday Kurali (Largest Candidate Rule - LCR)

- Ornek 5-2:** Öncelik ilişkileri ve görev zamanları (dakika cinsinden) izleyen şekilde verilen dokuz görevden oluşan bir ürün için 500 dakikada 526 adet talep söz konusudur. Talebi karşılayacak hat dengesini LCR metodunu kullanarak bulunuz.



$$C = 500/526 = 0.95 \text{ dakika/adet}$$

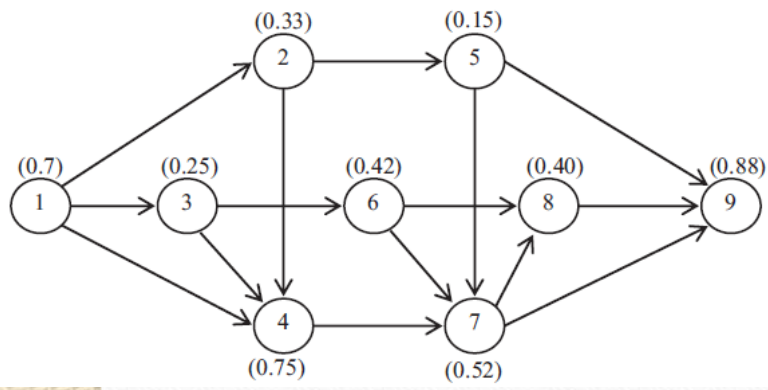
En Buyuk Aday Kurali (Largest Candidate Rule - LCR)

- **Oncelikle görevler zamanlarına göre azalan şekilde sıralanır:**

Görev	Görev Zamanı	Öncelikli Görev(ler)
1	0.70	-
2	0.33	1
3	0.25	1
4	0.75	1, 2, 3
5	0.15	2
6	0.42	3
7	0.52	4, 5, 6
8	0.40	6, 7
9	0.88	5, 7, 8



Görev	Görev Zamanı	Öncelikli Görev(ler)
9	0.88	5, 7, 8
4	0.75	1, 2, 3
1	0.70	-
7	0.52	4, 5, 6
6	0.42	3
8	0.40	6, 7
2	0.33	1
3	0.25	1
5	0.15	2



Görev	Görev Zamanı	Öncelikli Görev(ler)
9	0.88	5, 7, 8
4	0.75	1, 2, 3
1	0.70	-
7	0.52	4, 5, 6
6	0.42	3
8	0.40	6, 7
2	0.33	1
3	0.25	1
5	0.15	2

En Buyuk Aday Kurali (Largest Candidate Rule - LCR)

- İlk istasyonla baslanir ve görev listesinin en üstündeki atanmamış ilk uygun görev istasyona atanır:

Istasyon	Atanan Gorev	Gorev Zamani (dk)	Kumulatif Zaman (dk)
1	1	0.70	0.70

- Atanan gorev (#1), listeden silinir ve tum ardillarinin “Öncelikli Gorevler” listesinden cikarilir:

Görev	Görev Zamani	Öncelikli Görev(ler)
9	0.88	5, 7, 8
4	0.75	2, 3
1	0.70	-
7	0.52	4, 5, 6
6	0.42	3
8	0.40	6, 7
2	0.33	-
3	0.25	-
5	0.15	2

En Buyuk Aday Kurali (Largest Candidate Rule - LCR)

- Uygun gorevler arasindan en ustte bulunan gorev acik bulunan istasyona atanir:

Istasyon	Atanan Gorev	Gorev Zamani (dk)	Kumulatif Zaman (dk)
1	1	0.70	0.70
	3	0.25	0.95

- Atanan gorev (#3), listeden silinir ve tum ardillarinin “Oncelikli Gorevler” listesinden cikarilir:

Görev	Görev Zamani	Öncelikli Görev(ler)
9	0.88	5, 7, 8
4	0.75	2
1	0.70	-
7	0.52	4, 5, 6
6	0.42	-
8	0.40	6, 7
2	0.33	-
3	0.25	-
5	0.15	2

En Buyuk Aday Kurali (Largest Candidate Rule - LCR)

- Atanabilecek uygun gorev olmadigi icin (kapasite dolulugundan dolayi) yeni bir istasyon acilir ve uygun gorevler arasindan en buyuk gorev zamanina sahip olan gorev (#6) istasyona atanir. Sonra bu gorev listeden silinerek tum ardillarinin “Oncelikli Gorevler” listesinden cikarilir:

Istasyon	Atanan Gorev	Gorev Zamani (dk)	Kumulatif Zaman (dk)
1	1	0.70	0.70
	3	0.25	0.95
2	6	0.42	0.42

Görev	Görev Zamanı	Öncelikli Görev(ler)
9	0.88	5, 7, 8
4	0.75	2
1	0.70	-
7	0.52	4, 5
6	0.42	-
8	0.40	7
2	0.33	-
3	0.25	-
5	0.15	2

En Büyük Aday Kuralı (Largest Candidate Rule - LCR)

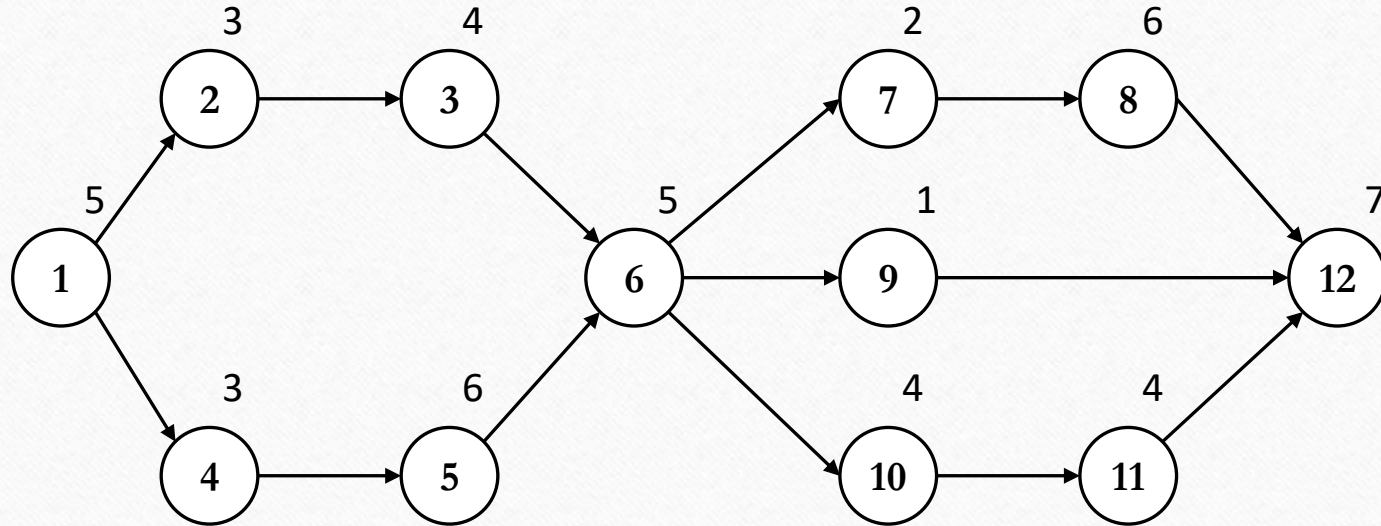
- En Büyük Aday Kuralı prosedürleri devam ettirilir ve görevler istasyonlara atanır. Sonuçta beş istasyona gerek duyulmaktadır. 1 numaralı istasyon tam kapasite ile çalışmaktadır.
- Atama işlemi sona erdiğinde oluşturulan istasyonlar ve bu istasyonlara atanan görevler şu şekildedir:

İstasyon	Atanan Görev	Görev Zamanı	Kümülatif Zaman
1	1	0.70	0.70
	3	0.25	0.95
2	6	0.42	0.42
	2	0.33	0.75
	5	0.15	0.90
3	4	0.75	0.75
4	7	0.52	0.52
	8	0.40	0.92
5	9	0.88	0.88

$$LE = \%92.63$$

Ardıl Sayısı Kuralı

- **Örnek 5-3:** Aşağıda öncelik diyagramı ve görev süreleri verilen tek modelli düz montaj hattını $C = 10$ için *IUFF*-Görevin Ardıl Sayısı yöntemini kullanarak dengeleyelim.



Ardıl Sayısı Kuralı

Her bir görev için
fonksiyon değerleri
şöyle olacaktır:

Görev (i)	$3(i)$
1	11
2	8
3	7
4	8
5	7
6	6
7	2
8	1
9	1
10	2
11	1
12	0

- Fonksiyon değerlerini belirledikten sonra atanabilir görevler kümesi (AGK) oluşturacağız ve bu küme içerisinde fonksiyon değeri en yüksek görevi seçeceğiz.
- Başlangıçta öncelik diyagramına göre atanabilir görevler kümesinde yalnızca 1 nolu görev vardır ve 1. istasyona atanır.

Ardıl Sayısı Kuralı

- 1. görev atandıktan sonra AGK, 2 ve 4. görevlerden oluşur. Bu iki görevin fonksiyon değeri eşittir ve herhangi biri seçilebilir. 2'yi seçelim. 2. görevin 1. istasyona atanması çevrim zamanı kısıtını ihlal etmez dolayısıyla atanır ve istasyonun iş yükü 8 olur.
- 2. görev de atandıktan sonra AGK'de 3 ve 4. görevler bulunur. Bunlardan en büyük fonksiyon değerine sahip görev 4'tür. 4. görevin bu istasyona atanması çevrim zamanı kısıtını ihlal edecektir. Atanabilir görevler kümesindeki diğer görev olan 3. göreve bakılır. 3. görev de süresi itibarıyla bu istasyona atanamaz. Yeni bir istasyon açılır ve en büyük fonksiyon değerine sahip 4. görev 2. istasyona atanır. Bu şekilde tüm görevler atanır.

I	II	III	IV	V	VI	VII
1, 2	4, 3	5	6, 7, 9	10, 11	8	12

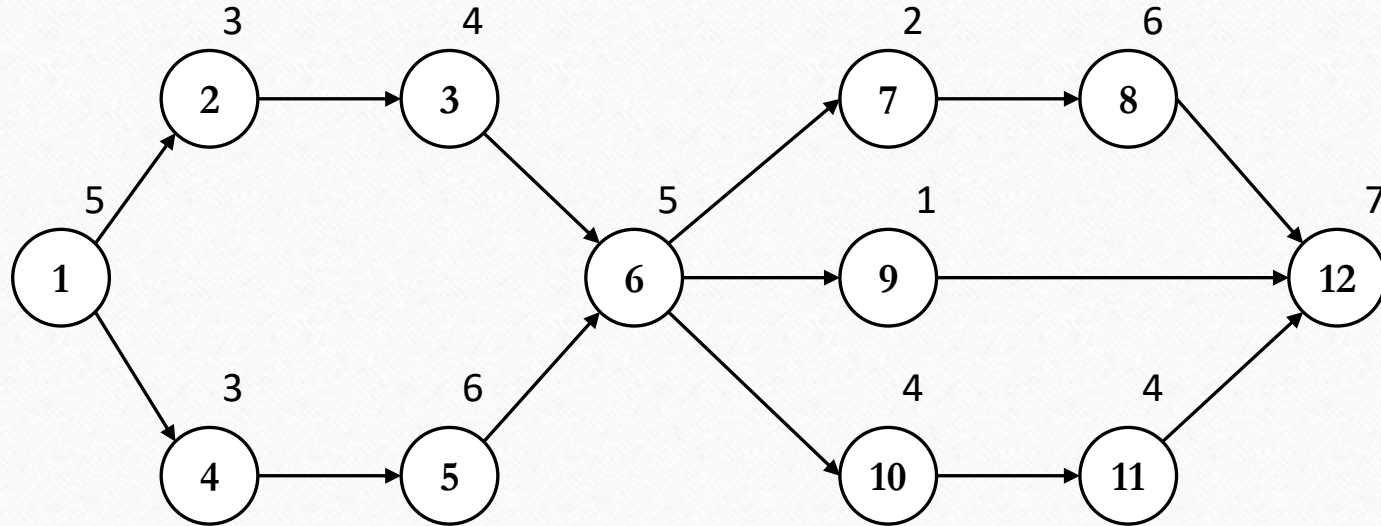
Pozisyon Ağırlığı Yöntemi (Ranked Positional Weight Method - RPWM)

Pozisyon ağırlığı yönteminin adımları şu şekildedir:

1. Öncelik diyagramı oluşturulur.
2. Her bir görev için **pozisyon ağırlığı** değeri hesaplanır (bir görevin pozisyon ağırlığı, o görevin kendi süresi ile, o görevin ardılı olan görevlerin süreleri toplamına eşittir).
3. Görevler pozisyon ağırlıklarına göre büyükten küçüğe sıralanır.
4. En yüksek pozisyon ağırlığına öncelik vererek görevler siraya göre istasyonlara atanır.
5. Siradaki görev atandığında istasyon zamanı çevrim zamanını aşıyorsa, öncelik ilişkilerini ihlal etmediği sürece bir sonraki görev atanmaya çalışılır. Atanabilecek görev yoksa yeni bir istasyon açılır.
6. Tüm görevler istasyonlara atanıncaya kadar Adım 4 ve 5 tekrarlanır.

Pozisyon Ağırlığı Yöntemi (Ranked Positional Weight Method - RPWM)

- **Örnek 5-4:** Aynı örnek problemi $C = 10$ için pozisyon ağırlığı yöntemi ile çözelim.



Pozisyon Ağırlığı Yöntemi (Ranked Positional Weight Method - RPWM)

- Öncelikle görevlerin pozisyon ağırlıklarını belirleyip, görevleri pozisyon ağırlıklarına göre sıralayacağız.

Görev (i)	Pozisyon Ağırlığı
1	50
2	36
3	33
4	38
5	35
6	29
7	15
8	13
9	8
10	15
11	11
12	7

Sıralanır



Görev (i)	Pozisyon Ağırlığı
1	50
4	38
2	36
5	35
3	33
6	29
10	15*
7	15*
8	13
11	11
9	8
12	7

**Pozisyon Ağırlıkları eşit ise görev süresi daha büyük olana öncelik veriniz.*

Pozisyon Agirligi Yontemi (Ranked Positional Weight Method - RPWM)

- Şimdi elde ettiğimiz bu siraya göre görevleri istasyonlara atayacağız. bunu yaparken siradaki görevi atamanın, öncelik ilişkileri ve çevrim zamani kisitlerini ihlal edip etmediğini kontrol edeceğiz.
- Siradaki ilk görev **1. görevdir**. 1. görev 1. istasyona atanır. Bu durumda 1. istasyonun iş yükü **5** olacaktır.
- 1. görev atandıktan sonra siradaki görev **4. görevdir**. 4. görevin bu istasyona atanması öncelik ilişkileri ve çevrim zamani kisitlerini ihlal etmeyecektir. Dolayısıyla 4. görev de 1. istasyona atanır ve 1. istasyonun iş yükü **8** olur (5+3).

Pozisyon Agirligi Yontemi (Ranked Positional Weight Method - RPWM)

- Siradaki görev **2. görevdir**. 2. görevin bu istasyona atanması istasyonun iş yükünü 11 yapacak ve çevrim zamanı kısıtı ihlal edilecektir. Bu nedenle 2. görev atanmadan önce sırada çevrim zamanı ve öncelik ilişkileri kısıtını ihlal etmeyecek bir görev olup olmadığına bakılır. Böyle bir görev olmadığı için 1. istasyona atayabileceğimiz başka görev yoktur. Yeni bir istasyon açılarak siradaki görev olan **2. görev** yeni açılan 2. istasyona atanır. 2. istasyonun iş yükü **3** olur.
- 2. görevden sonra siradaki görev olan **5. görev** 2. istasyona atanabilir durumdadır ve 2. istasyonun iş yükü **9** olur.
- 5. görevden sonra sırada bu istasyon için çevrim zamanı ve öncelik ilişkileri kısıtlarını ihlal etmeyen görev bulunmadığından yeni bir istasyon açılır ve siradaki görev olan **3. görev** 3. istasyona atanır. 3. istasyonun iş yükü **4** olur.

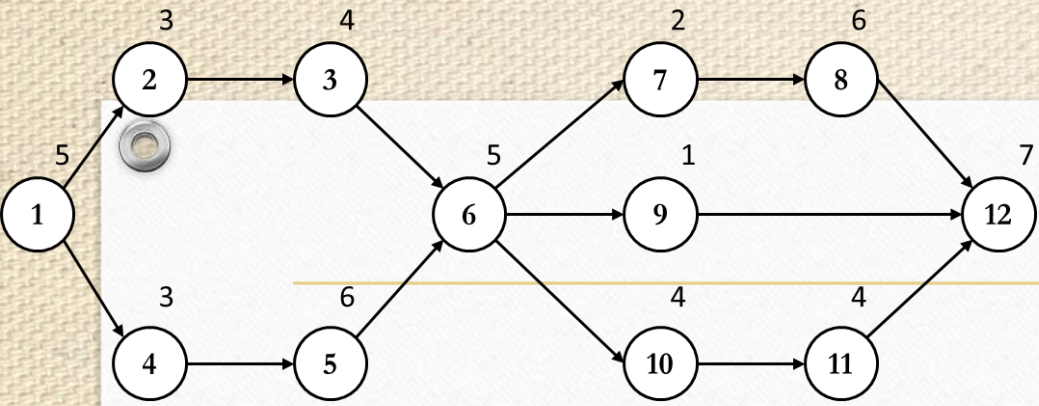
Pozisyon Agirligi Yontemi (Ranked Positional Weight Method - RPWM)

- Siradaki görev olan **6. görev** bu istasyona atanabilir ve 3. istasyonun iş yükü **9** olur.
- 6. görevden sonra gelen 10. görevin atanması çevrim zamani kisitini ihlal edecektir. bu nedenle sirada ilerlenerek diğer görevler kontrol edilir ve **9. görevin** hem öncelik ilişkileri kisitini ihlal etmediği hem de istasyonun iş yükünü **10** yaparak çevrim zamani kisitini ihlal etmediği görülür. Bu nedenle 6. görevden sonra **9. görev** 3. istasyona atanir. Bu şekilde devam edilerek tüm görevlerin istasyonlara atanmasi sağlanır.
- **Atama sonucu şu şekilde olacaktır:**

	I	II	III	IV	V	VI
Atanan Gorev(ler)	1,4	2,5	3,6,9	10,7,11	8	12
Istasyon Zamani	8	9	10	10	6	7

Pozisyon Ağırlığı Yöntemi (Ranked Positional Weight Method - RPWM)

- Pozisyon ağırlığı yönteminde, tüm görevleri pozisyon ağırlıklarına göre sıralamadan şöyle bir yöntem de izlenebilir:
 - Öncelik diyagramı üzerinden ilerlenerek, **öncülü olmayan veya tüm öncülleri atanmış** görevler belirlenir. Bu görevler, öncelik ilişkileri kisitina göre atanabilecek durumda olan görevlerdir.
 - Belirlenen bu atanabilir görevler arasından **en büyük pozisyon ağırlığına sahip görev** seçilir ve istasyona atanmaya çalışılır. Çevrim zamani aşiliyorsa atanabilir görevler arasından *bir sonraki en büyük pozisyon ağırlığına sahip görev* atanmaya çalışılır.
 - Atanabilir görevler arasinda çevrim zamani kisitini sağlayan görev olmaması durumunda **yeni bir istasyon** açılır ve en büyük pozisyon ağırlıklı görev yeni istasyona atanır. Bir görev atandıktan sonra öncelik ilişkilerine bağlı olarak atanabilir görevler kümesi güncellenir.



Pozisyon Agirligi Yontemi (Ranked Positional Weight Method - RPWM)

Örnek 5-5: Yanda öncelik diyagrami ve görevlere ait işlem süreleri verilen tek modelli düz montaj hattı dengeleme probleminin çözümünü $C=21$ zaman birimi kısıtı altında RPW yöntemiyle bulunuz.

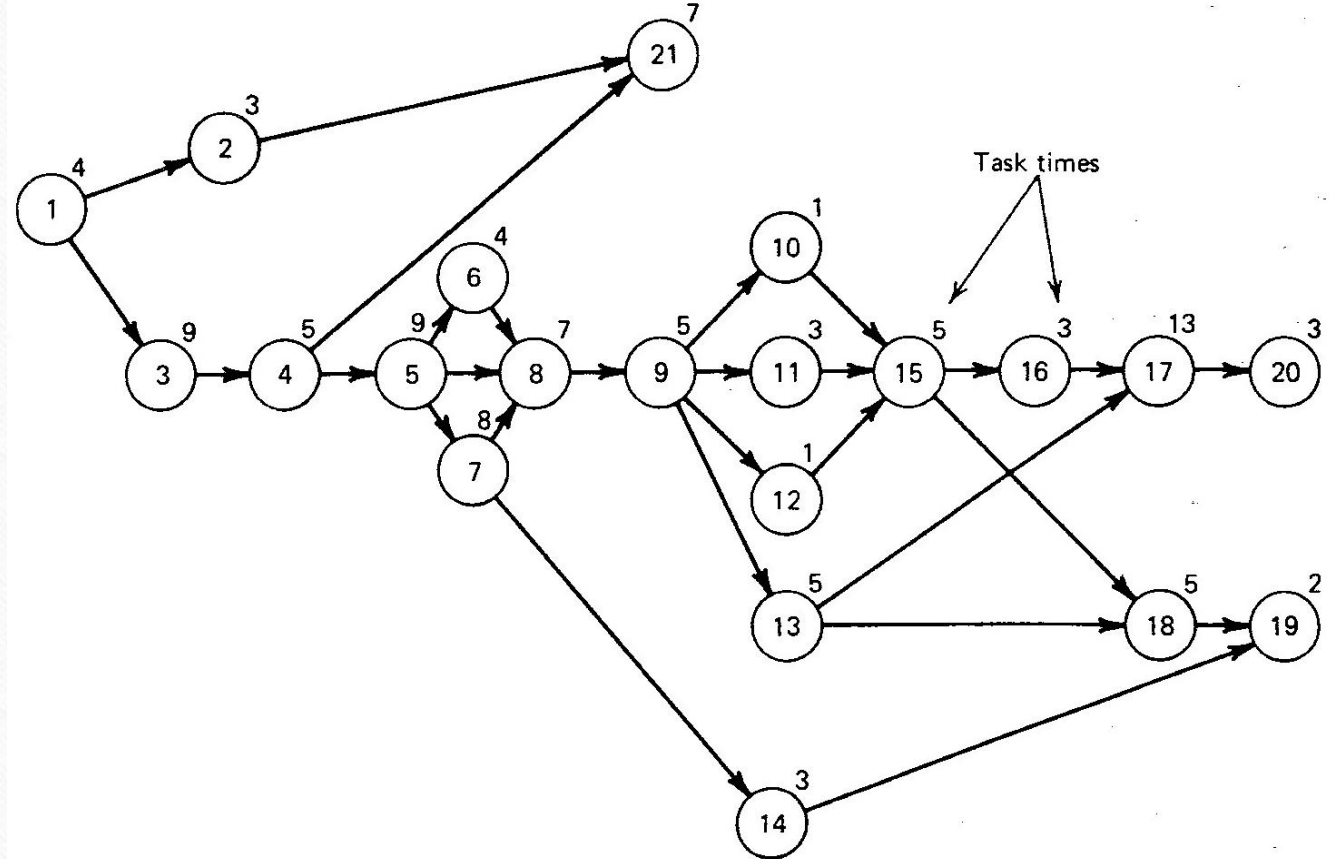


FIGURE 9.13 Line-balancing precedence network. (Reprinted with permission from *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 16, No. 1, Jan – Feb. 1965, p. 25. Copyright © Institute of Industrial Engineers, Inc., 25 Technology Park / Atlanta, Norcross, GA 30095.)

Pozisyon Agirligi Yontemi (Ranked Positional Weight Method - RPWM)

Oncelikle tum gorevlerin pozisyon agirliklari hesaplanir.

Task	Positional Weight	Task	Ranked Positional Weight
1	105	1	105
2	10	3	98
3	98	4	89
4	89	5	77
5	77	7	64
6	57	6	57
7	64	8	53
8	53	9	46
9	46	11	34
10	32	12	32
11	34	10	32
12	32	15	31
13	28	13	28
14	5	16	19
15	31	17	16
16	19	2	10
17	16	18	7
18	7	21	7
19	2	14	5
20	3	20	3
21	7	19	2

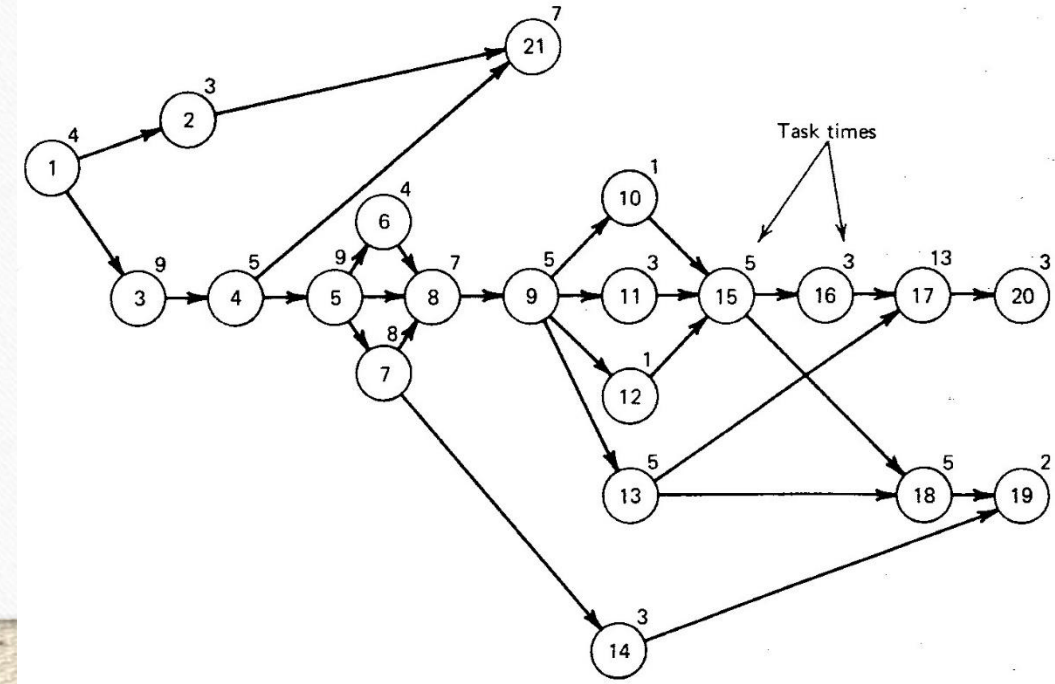
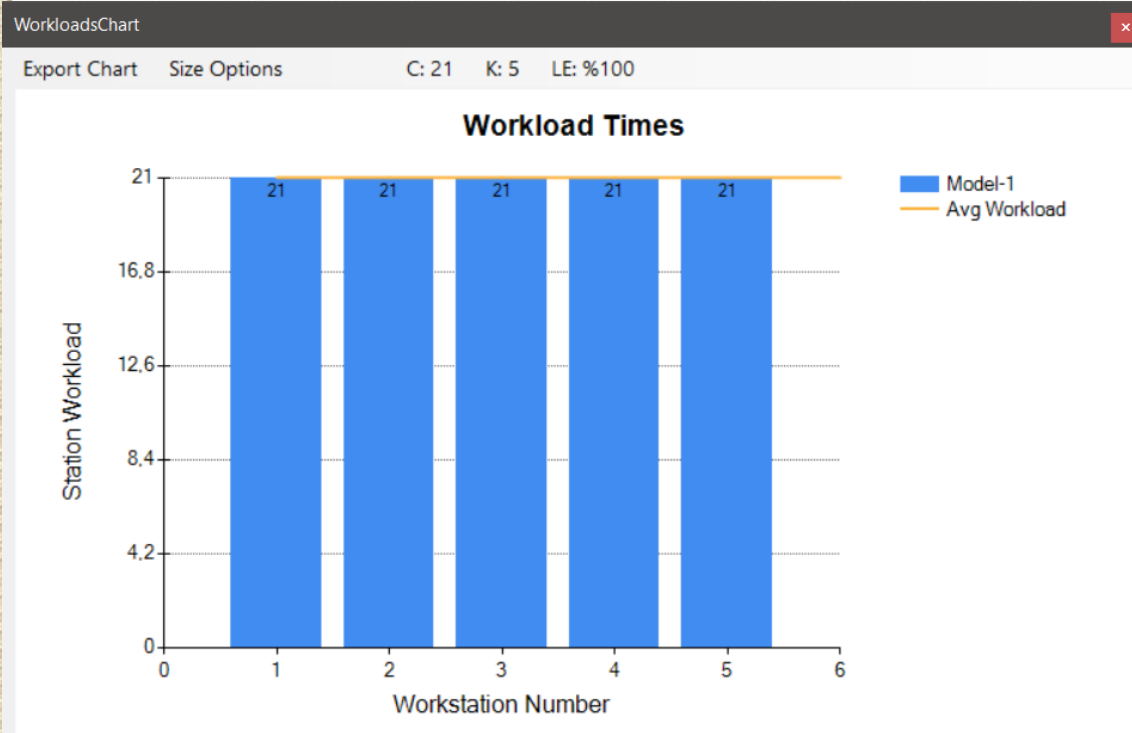
TABLE 9.9 Line Balancing for Network Given in Figure 9.13 (Cycle Time = 21)

Station No.	Task	Task Time	Cumulative Station Time	Comments
1	1	4	4	
	3	9	13	
	4	5	18	
	2	3	21	Cycle time achieved. Task 2 is next task after 4 that can be assigned.
2	5	9	9	
	7	8	17	
	6	4	21	
3	8	7	7	
	9	5	12	
	11	3	15	
	12	1	16	
	10	1	17	
	14	3	20	Next smallest task time is 2, which will force station time greater than the cycle time.
4	15	5	5	
	13	5	10	
	16	3	13	
	21	7	20	
5	17	13	13	
	18	5	18	
	20	3	21	
6	19	2	2	

Problemin Matematiksel Modelle Elde Edilmiş Optimum Çözümü

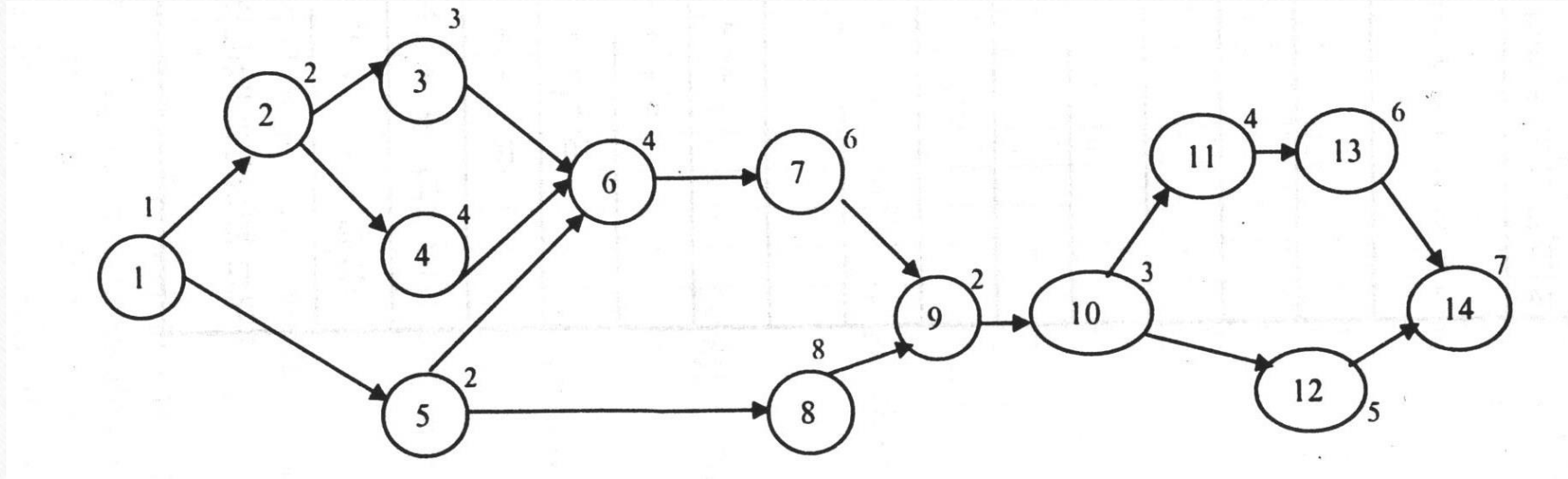
İst No	1	2	3	4	5
Atanan Görevler	1,2,3,4	5,6,7	8,9,10,13,14	11,12,15,18,21	16,17,19,20
İstasyon Yüğü	21	21	21	21	21

Line BalanceR



Pozisyon Agirligi Yontemi (Ranked Positional Weight Method - RPWM)

- **Ornek 5-6:** Asagida oncelik diyagrami ve gorev sureleri verilen tek modelli duz montaj hattı dengeleme problemini RPW yontemini kullanarak cozunuz (cevrim zamani 8 zaman birimi olsun).



Pozisyon Agirligi Yontemi (Ranked Positional Weight Method - RPWM)

İş Ögesi	İşlem Süresi (dk.)	Öncül Öge(ler)
1	1	-
2	2	1
3	3	2
4	4	2
5	2	1
6	4	3-4-5
7	6	6
8	8	5
9	2	7-8
10	3	9
11	4	10
12	5	10
13	6	11
14	7	12-13

Pozisyon Ağırlığı Yöntemi (Ranked Positional Weight Method - RPWM)

- Dengeleme Sonuçları

İstasyon Numarası	İş Ögesi No	Konum Ağırlığı	Öncül Öge/Öğeler	İşlem Süresi	Birikimli İşlem Süresi (X)	Âtl Süre (C-X)
1	1	57	-	1	1	7
	5	47	1	2	3	5
	2	46	1	2	5	3
	3	40	2	3	8	0
2	4	41	2	4	4	4
	6	37	3-4-5	4	8	0
3	8	35	5	8	8	0
4	7	33	6	6	6	2
	9	27	7-8	2	8	0
5	10	25	9	3	3	5
	11	17	10	4	7	1
6	13	13	11	6	6	2
7	12	12	10	5	5	3
8	14	7	12-13	7	7	1

Bu montaj hattı için kuramsal etkinlik ve gerçek etkinlik (hat etkinliği) değerlerini hesaplayalım:

$$TE (\%) = \left[\frac{\sum_{i=1}^N t_i}{(n_{enaz} * C)} \right] * 100 = [57 / (8 * 8)] * 100 = \% 89,07$$

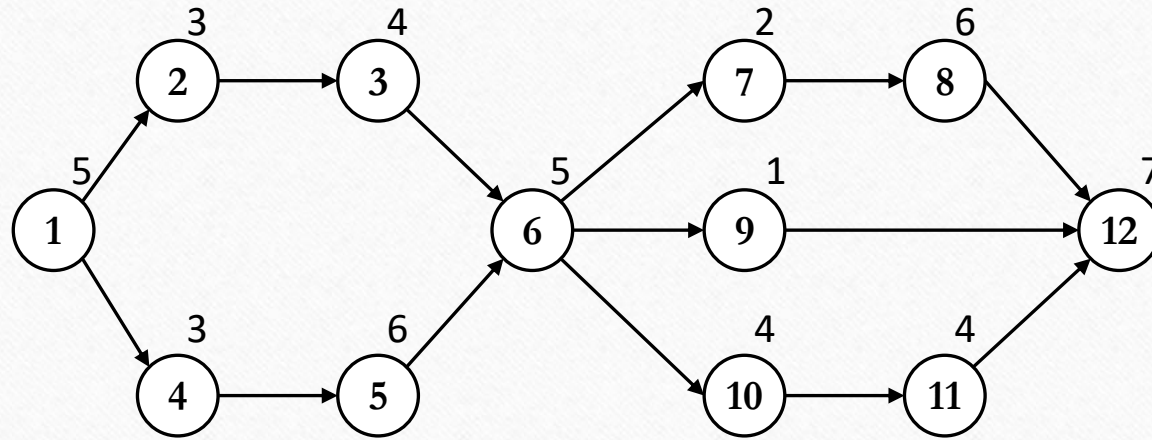
$$LE (\%) = \left[\frac{\sum_{i=1}^N t_i}{(n * C)} \right] * 100 = [57 / (8 * 8)] * 100 = \% 89,07$$

Sırala ve Ata (Rank and Assign) Yaklaşımı

- Rank and Assign (Sırala ve Ata) yaklaşımı IUFF yaklaşımına çok benzer. IUFF'de öncelik diyagramı üzerinden ilerlenerek, atanabilir görev kümesi oluşturuluyor ve bu küme içerisinde, seçilen fonksiyon değeri en yüksek olan görev atanmaya çalışılıyordu.
- Rank and Assign yaklaşımında ise yine IUFF'deki altı fonksiyondan biri seçilerek, tüm görevler fonksiyon değerlerine göre büyükten küçüğe sıralanır ve elde edilen bu sıra üzerinden atama gerçekleştirilir.
- Sıradaki bir görevin öncelik ilişkileri ve çevrim süresi kısıtlarını ihlal edip etmediği kontrol edilir. Öncelik ilişkileri kısıtını ihlal ediyorsa sıradaki bir sonraki göreve bakılır.
- **Cevrim zamanı kısıtını ihlal ediyorsa yeni bir istasyon açılır** ve atamaya devam edilir. IUFF Pozisyon ağırlığındaki gibi **çevrim zamanına uygun görev bulunmaya çalışılmaz.**

Sırala ve Ata (Rank and Assign) Yaklaşımı

- Asagida oncelik diyagrami ve sureleri verilen **TMD MHD** problemini **C = 10** için en fazla ardil sayisi kuralını kullanarak Rank and Assign yaklaşımla dengeleyelim.



(Kara, 2015)

Sırala ve Ata (Rank and Assign) Yöntemi

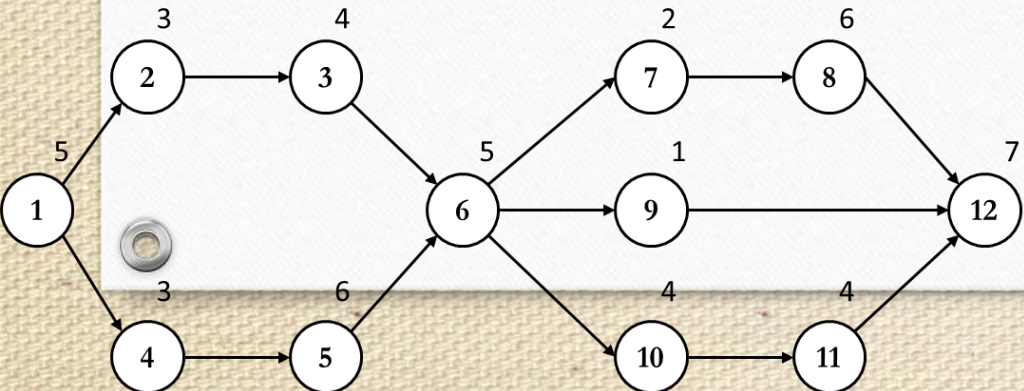
- Görevler ardıl sayısına göre sıralanır:

Görev (i)	Ardıl Sayısı
1	11
2	8
4	8
5	7
3	7
6	6
10	2
7	2
8	1
11	1
9	1
12	0

- Görevler bu siraya bağlı olarak atandığında elde edilen sonuç aşağıdaki gibi olacaktır:

	I	II	III	IV	V	VI
Atanan Görev(ler)	1, 2	4,5	3,6	10,7	8,11	9,12
Istasyon Zamani	8	9	9	6	10	8

Gorev (i)	Ardil Sayisi
1	11
2	8
4	8
5	7
3	7
6	6
10	2
7	2
8	1
11	1
9	1
12	0



COMSOAL

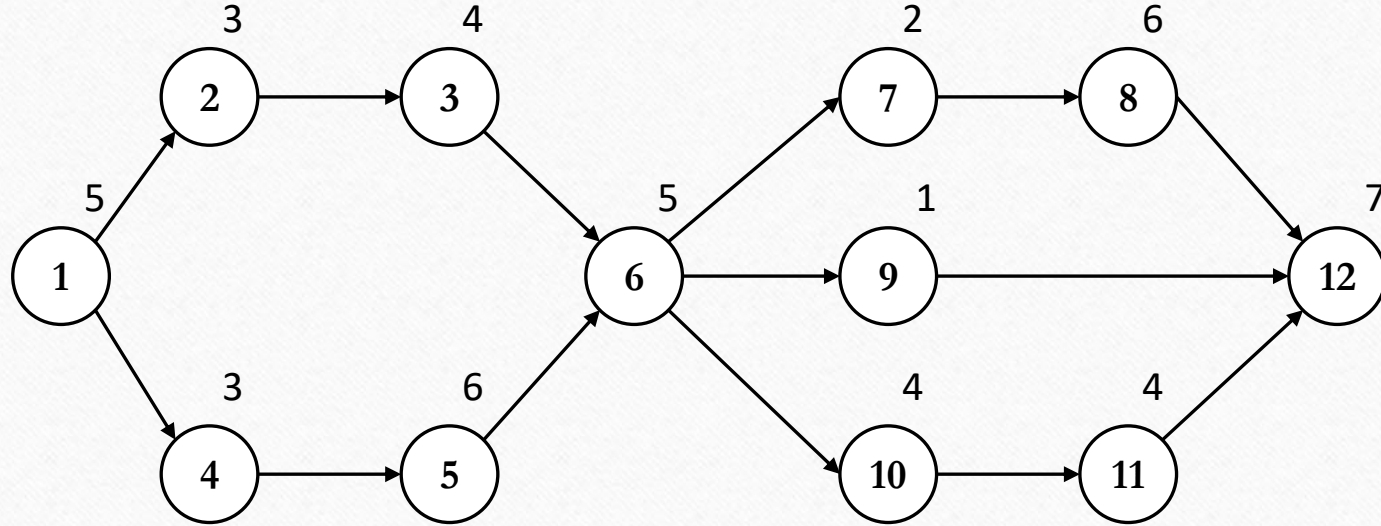
- **Comsoal (computer method for sequencing operations for assembly lines)** metodu, öncelik diyagramına göre oluşturulan atanabilir görevler arasından **rastgele** seçim yaparak görevleri istasyonlara atamayı ve bu işlemi defalarca tekrar ederek bu tekrarlar arasından en iyi çözümü kabul etmeyi esas alan bir yöntemdir.
- Bir montaj hattı dengeleme problemi için, daha önce bahsedilen sezgisel yöntemlerden herhangi biri kullanılarak elle çözüm bulmak mümkündür. Ancak Comsoal metodu bilgisayar yardımıyla birbirinden farklı olabilecek çözümler elde edilmesini sağlayan bir metottur.
- Comsoal metodunda, öncelik diyagramı üzerinden ilerlenerek öncülü olmayan veya tüm öncülleri atanmış görevlerden oluşan bir atanabilir görevler kümesi belirlenir. Daha sonra bu atanabilir görevler kümesindeki görevlerden birisi rastsal olarak seçilerek bir listeye kaydedilir.

COMSOAL

- Tüm görevler listeye kaydedildikten sonra, listedeki siraya göre görevler istasyonlara atanır. Siradaki görev mevcut istasyona atandığında çevrim zamani aşiliyorsa yeni bir istasyon açılır ve o görev yeni açılan istasyona atanır. Bu şekilde listedeki tüm görevlerin istasyonlara atanması sağlanır.
- Comsoal metodunda buraya kadar anlatılan tüm işlemler bir denemeye (iterasyon) karşılık gelir. Tüm bu işlemler, karar verici tarafından belirlenecek deneme sayısı kadar tekrar edilir ve her bir denemede bulunan sonuç o ana kadar bulunan en iyi sonuçla karşılaştırılır. Daha iyiyse en iyi sonuç olarak kabul edilir. Böylece belirlenen deneme sayısı kadar çözüm içerisinde en iyisi bulunmuş olur.

COMSOAL

- Aynı örnek problem için Comsoal mantığıyla atanabilir görevler arasından rastgele seçim yaparak bir görev listesi oluşturalım ve bu listeyi $C = 10$ için istasyonlara atayalım.

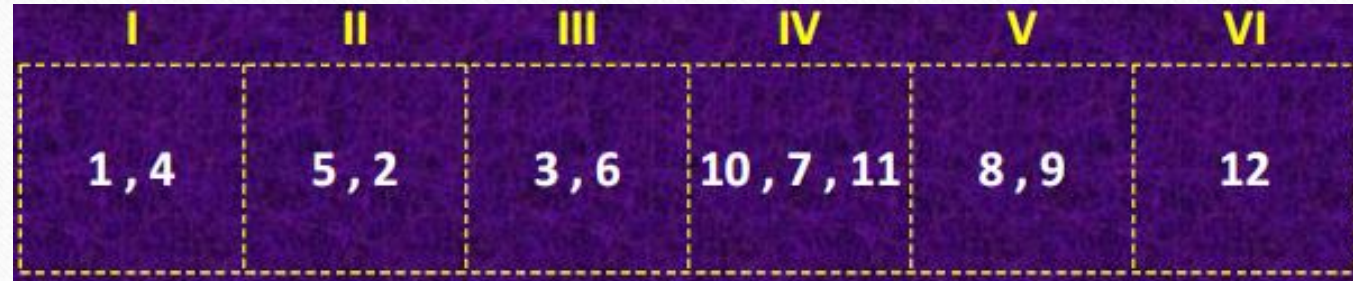


COMSOAL

- Öncelik diyagramı üzerinden ilerleyerek, öncülü olmayan veya tüm öncülleri atanmış görevlerden oluşturacağımız atanabilir görevler kümeleri arasından rastgele seçim yaparak elde edeceğimiz bir görev listesi şöyle olabilir:

1 , 4 , 5 , 2 , 3 , 6 , 10 , 7 , 11 , 8 , 9 , 12

- Bu görev listesinin aynı sırayla istasyonlara atanmış hali ise şöyle olacaktır:



Bölüm Kaynakları

- Groover, M.P. (2008), “Automation, Production Systems, and Computer-Integrated Manufacturing,” 3rd Edition, ISBN: 0132070731. USA.
- Helgeson, W. B. and Birnie, D. P. (1961). “Assembly line balancing using the ranked positional weight technique,” Journal of Industrial Engineering, 12 (6), 334-338.
- Kara, Y., Uretim Planlama-II Ders Notlari, Selcuk Universitesi, Konya, <http://goo.gl/Uccn8S>.
- Karaca, M., Montaj Hatlari, SDÜ İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, Cilt 1, Sayı 1, 1996.
- Krajewski, L.J., Ritzman, L.P., Malhotra, M.K., Uretim Yonetimi 9. Baski (Orjinal Ismi: Operations Research, Prentice Hall), Ceviri Editoru: Semra Birgun, Nobel Yayinlari, <http://www.nobelyayin.com/detay.asp?u=3310>



Tek Modelli U-tipi MHD Problemi

TMU Montaj Hattı Dengeleme Problemi

- TMU problemleri, TMD problemlerinin üzerine inşa edilmiştir. TMD problemleri için kullanılan **atama** ve **çevrim zamanı** kısıtları, TMU probleminde de **aynen geçerlidir**. Yalnızca **öncelik ilişkileri kısıtı**, U-tipi montaj hatlarının özel yapısından dolayı farklılık göstermektedir.
- U-tipi montaj hatlarında hattın **girişiyle çıkışının aynı** yönde olması sebebiyle hat içerisinde çalışan bir işçi, hattın hem başlangıç hem de bitiş tarafındaki görevleri yerine getirebilecektir.

TMU Montaj Hattı Dengeleme Problemi

- Buna bağlı olarak, TMU problemi için öncelik ilişkileri kisiti aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

*Bir görevin bir istasyona atanabilmesi için; o görevin **bütün öncüllerinin veya bütün ardıllarının** daha önce oluşturulan istasyonlara veya üzerinde atama yapılmakta olan istasyona atanmış olması gerekir.*

- TMU problemlerini TMD problemlerinden ayıran en önemli özellik yukarıda belirtilen **öncelik ilişkileri kisitidir.**
- Düz hat dengelemede, bir istasyona yalnızca, öncülü olmayan veya bütün öncülleri daha önceki istasyonlara atanmış görevler atanabilecekken; U-tipi MHD'de, bir istasyona hem öncülü olmayan görevler hem de ardılı olmayan görevler atanabilecektir.

TMU Montaj Hattı Dengeleme Problemi

- Dolayısıyla herhangi bir istasyon için, o istasyona atanabilecek görevlerin oluşturacağı küme U-tipi montaj hatlarında, düz montaj hatlarına göre daha geniş olacaktır.
- Bunun sonucu olarak bir montaj hattını U-tipi olarak dengelemek, aynı hattı düz olarak dengelemeye göre daha fazla dengeleme esnekliği sağlamakta ve açılacak istasyon sayısı **daha az olabilmektedir**.
- TMU probleminin, bahsi geçen öncelik ilişkilerine yönelik özel durumu dışında tüm varsayımları ve kısıtları TMD hat dengeleme problemi ile aynıdır.

Tip-1 TMU: Matematiksel Model

Tip-1 TMU probleminin matematiksel modeli şöyledir:

Notasyon:

- i, r, s : görev
- k : istasyon
- C : çevrim zamanı
- K_{max} : maksimum istasyon sayısı
- N : toplam görev sayısı
- t_i : i görevinin tamamlanma süresi
- S : öncelik ilişkileri kümesi
- $(r, s) \in S$: Bir öncelik ilişkisi; r görevi s görevinin komşu öncülüdür
- x_{ik} : 1, i görevi k istasyonunun ön tarafına atanmış ise; 0, aksi halde
- w_{ik} : 1, i görevi k istasyonunun arka tarafına atanmış ise; 0, aksi halde
- z_k : 1, k istasyonu açılmış ise; 0, aksi halde

Tip-1 TMU: Matematiksel Model

**Amac
Fonksiyonu**

$$\text{Minimize } \sum_{k=1}^{K_{max}} z_k \quad (1)$$

KISITLAR

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} (x_{ik} + w_{ik}) = 1 \quad \forall i \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N t_i (x_{ik} + w_{ik}) \leq C \cdot z_k \quad \forall k \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} (K_{max} - k + 1) (x_{rk} - x_{sk}) \geq 0 \quad \forall (r, s) \in S \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} (K_{max} - k + 1) (w_{sk} - w_{rk}) \geq 0 \quad \forall (r, s) \in S \quad (5)$$

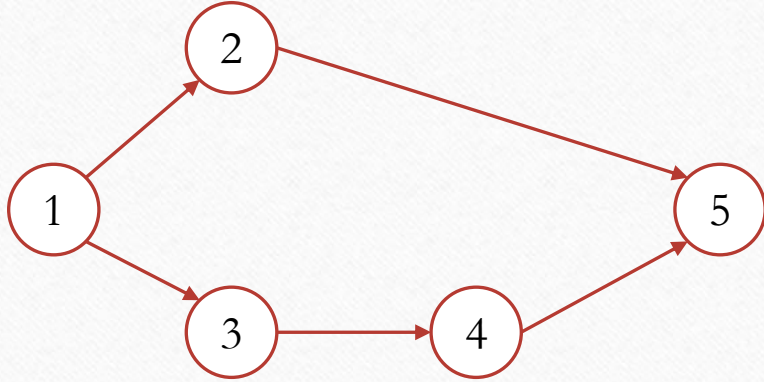
$$x_{ik}, w_{ik}, z_k \in \{0,1\} \quad \forall i; \forall k \quad (6)$$

Tip-1 TMU: Matematiksel Model

- Problemin amaç fonksiyonu, düz hat dengelemede olduğu gibi hat boyunca açılan **istasyon sayısını minimize etmeye** yöneliktir (**tip-1** MHD problemi).
- **2 numarali kisit**, bütün görevlerin istasyonlara atanmasını ve her görevin, hattın ya ön ya da arka tarafına olmak üzere bir kere atanmasını sağlamaktadır.
- **3 numarali kisit**, açılan bir istasyona, hattın ön ve arka tarafından atanmış tüm görevlerin görev süreleri toplamının çevrim zamanını aşmaması içindir.
- **4 ve 5 numarali kisitler** öncelik ilişkileri kısıtları olup, 4 numarali kisit öncülü olan bir görevin ya öncülüyle aynı istasyona ya da öncülünden sonraki bir istasyona atanmasını sağlamaktadır. 5 numarali kisit ise ardili olan bir görevin ya ardiliyle aynı istasyona ya da ardilinden sonraki bir istasyona atanmasını sağlamaktadır.
- **6 numarali kisit** ise modeldeki bütün x_{ik} , w_{ik} ve z_k değişkenlerinin ikili düzende (binary) (0–1) olduğunu ifade etmektedir.

Tip-1 TMU: Matematiksel Model - Örnek

- Örnek 4-2:** Aşağıda öncelik diyagramı ve görev süreleri verilen montaj hattı dengeleme problemi için, tek modelli U-tipi (TMU) hat dengeleme modelini matematiksel olarak yazalım. Çevrim zamanı 10 zaman birimi olsun. ($C = 10$)



Görev	Görev Süresi
1	3
2	6
3	4
4	5
5	1

Tip-1 TMU: Matematiksel Model Örnek

$$K_{teorik} = \left\lceil \frac{\sum t_i}{c} \right\rceil = \left\lceil \frac{19}{10} \right\rceil = 2, K_{olasi} = 1$$

$$K_{min} = \max\{2,1\} = 2 \quad \text{ise } K_{max} = 3 \text{ olsun.}$$

Amac Fonksiyonu: **Min** $z_1 + z_2 + z_3$

Atama Kısıtları:

1. görev için (i=1): $x_{11} + w_{11} + x_{12} + w_{12} + x_{13} + w_{13} = 1$
2. görev için (i=2): $x_{21} + w_{21} + x_{22} + w_{22} + x_{23} + w_{23} = 1$
3. görev için (i=3): $x_{31} + w_{31} + x_{32} + w_{32} + x_{33} + w_{33} = 1$
4. görev için (i=4): $x_{41} + w_{41} + x_{42} + w_{42} + x_{43} + w_{43} = 1$
5. görev için (i=5): $x_{51} + w_{51} + x_{52} + w_{52} + x_{53} + w_{53} = 1$

Tip-1 TMU: Matematiksel Model Örnek

Cevrim Zamani Kisitlari:

1. istasyon icin (k=1): $3(x_{11} + w_{11}) + 6(x_{21} + w_{21}) + 4(x_{31} + w_{31}) + 5(x_{41} + w_{41}) + 1(x_{51} + w_{51}) \leq 10z_1$
2. istasyon icin (k=2): $3(x_{12} + w_{12}) + 6(x_{22} + w_{22}) + 4(x_{32} + w_{32}) + 5(x_{42} + w_{42}) + 1(x_{52} + w_{52}) \leq 10z_2$
3. istasyon icin (k=3): $3(x_{13} + w_{13}) + 6(x_{23} + w_{23}) + 4(x_{33} + w_{33}) + 5(x_{43} + w_{43}) + 1(x_{53} + w_{53}) \leq 10z_3$

Oncelik Iliskileri Kisitlari:

$S = \{(1,2), (1,3), (2,5), (3,4), (4,5)\}$ icin

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} (K_{max} - k + 1)(x_{rk} - x_{sk}) \geq 0 \quad \forall (r,s) \in S$$

$$3(x_{11} - x_{21}) + 2(x_{12} - x_{22}) + 1(x_{13} - x_{23}) \geq 0$$

$$3(x_{11} - x_{31}) + 2(x_{12} - x_{32}) + 1(x_{13} - x_{33}) \geq 0$$

$$3(x_{21} - x_{51}) + 2(x_{22} - x_{52}) + 1(x_{23} - x_{53}) \geq 0$$

$$3(x_{31} - x_{41}) + 2(x_{32} - x_{42}) + 1(x_{33} - x_{43}) \geq 0$$

$$3(x_{41} - x_{51}) + 2(x_{42} - x_{52}) + 1(x_{43} - x_{53}) \geq 0$$

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} (K_{max} - k + 1)(w_{sk} - w_{rk}) \geq 0 \quad \forall (r,s) \in S$$

$$3(w_{21} - w_{11}) + 2(w_{22} - w_{12}) + 1(w_{23} - w_{13}) \geq 0$$

$$3(w_{31} - w_{11}) + 2(w_{32} - w_{12}) + 1(w_{33} - w_{13}) \geq 0$$

$$3(w_{51} - w_{21}) + 2(w_{52} - w_{22}) + 1(w_{53} - w_{23}) \geq 0$$

$$3(w_{41} - w_{31}) + 2(w_{42} - w_{32}) + 1(w_{43} - w_{33}) \geq 0$$

$$3(w_{51} - w_{41}) + 2(w_{52} - w_{42}) + 1(w_{53} - w_{43}) \geq 0$$

Isaret (Yön) Kisitlari:

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, \dots, x_{52}, x_{53} \in \{0,1\}$$

$$w_{11}, w_{12}, w_{13}, \dots, w_{52}, w_{53} \in \{0,1\}$$

$$z_1, z_2, z_3 \in \{0,1\}$$

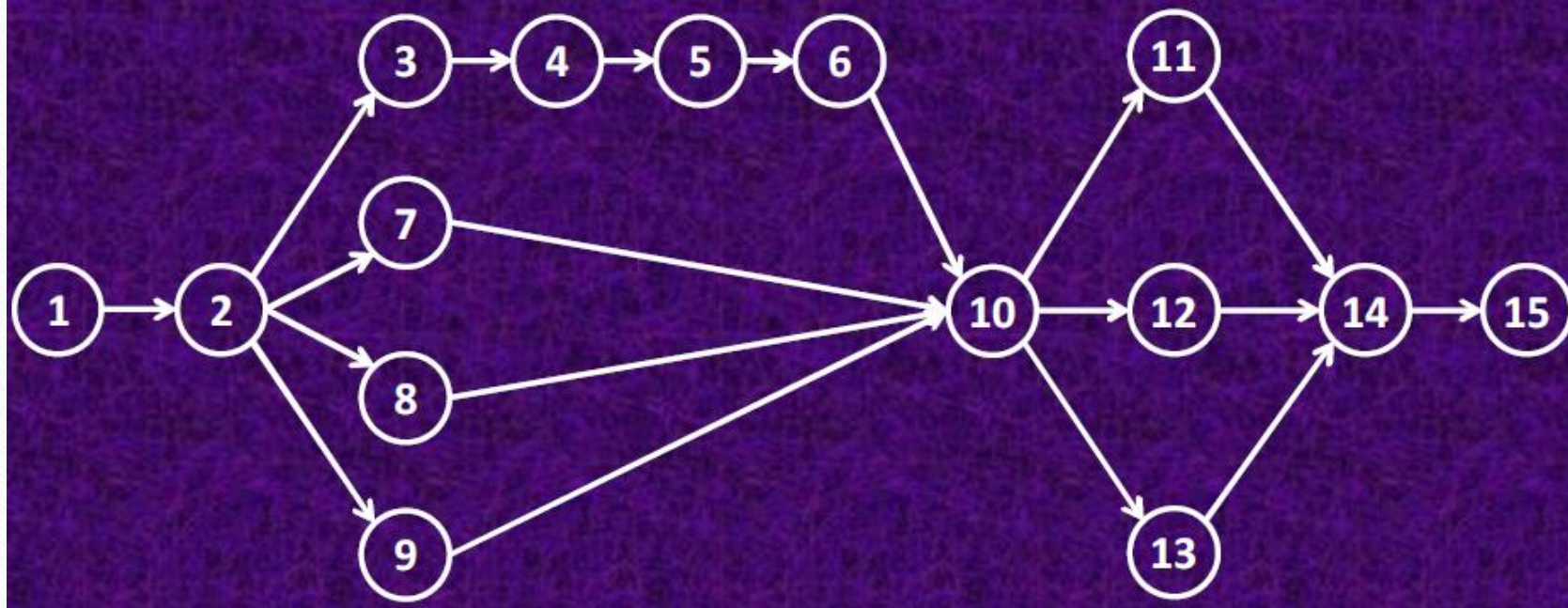
Tip-1 TMU: Örnek 1

- Asagida oncelik iliskileri ve sureleri verilen bilgisayar montajina ait islerin dengelenmesini inceleyelim.

GÖREV	GÖREV SÜRESİ (SN)	KOMŞU ÖNCÜL GÖREVLER	GÖREV TANIMI
1	50	-	KASA KAPAKLARININ AÇILARAK İÇİNDEKİ PARÇALARIN BOŞALTILMASI
2	15	1	KASADAN ANA KART PLATFORMUNUN SÖKÜLMESİ
3	30	2	ANA KARTIN PLATFORM ÜZERİNE TAKILMASI
4	15	3	ANA KART ÜZERİNE CPU'NUN TAKILMASI
5	10	4	CPU ÜZERİNE FANIN TAKILMASI
6	5	5	RAM TAKILMASI
7	60	2	SABİT SÜRÜCÜNÜN (HARD DİSK) TAKILMASI
8	70	2	DİSKET SÜRÜCÜNÜN (FLOPPY) TAKILMASI
9	70	2	CD SÜRÜCÜNÜN TAKILMASI
10	25	6,7,8,9	ANA KART PLATFORMUNUN KASAYA TAKILMASI
11	60	10	GÜÇ KABLOLARININ (ANA KART, SÜRÜCÜLER VE CPU FANI) TAKILMASI
12	60	10	LED KABLOLARININ ANA KARTA TAKILMASI
13	120	10	SÜRÜCÜLERİN DATA KABLOLARININ TAKILMASI
14	120	11,12,13	DONANIM TESTİ (ÖN TEST)
15	70	14	KASA KAPAKLARININ TAKILMASI

Tip-1 TMU: Örnek 1

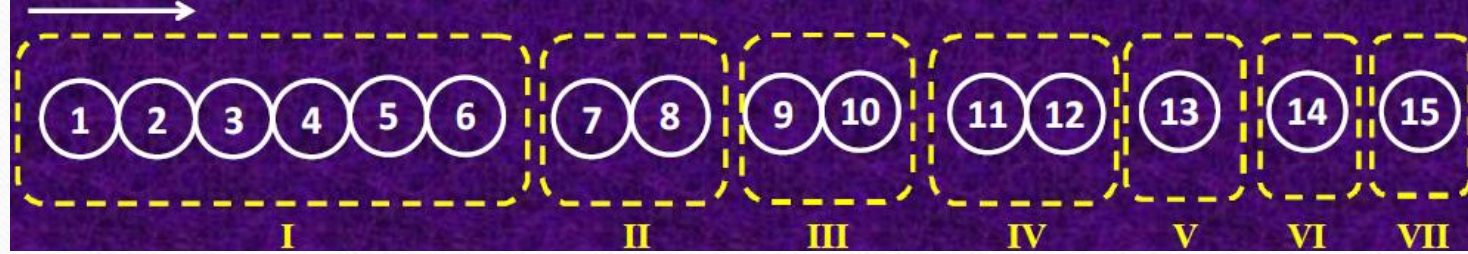
- Görevler arasındaki öncelik ilişkilerini gösteren diyagram aşağıdaki gibi olacaktır:



(Kara, 2015)

Tip-1 TMU: Örnek 1

- Bu montaj işlemine ait görevler çevrim zamanı 140 sn olacak şekilde **duz bir hat üzerinde (TMD)** dengelenirse elde edilen optimal hat dengesi aşağıdaki gibi olacaktır:



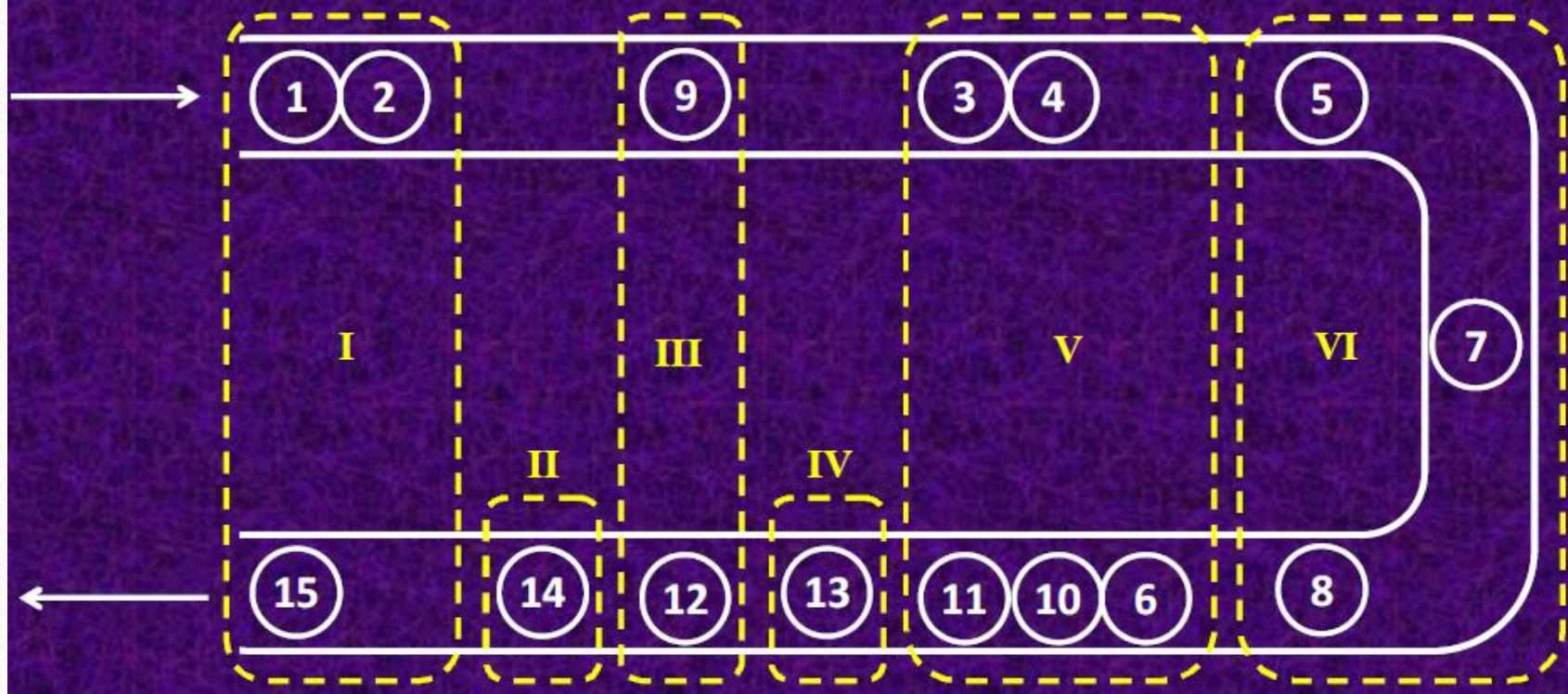
- Probleme ilişkin göstergeler ise şöyle olacaktır:

	İSTASYON						
	1	2	3	4	5	6	7
ÇEVİRİM ZAMANI	140	140	140	140	140	140	140
İSTASYON ZAMANI	125	130	95	120	120	120	70
İSTASYON BOŞ ZAMANI	15	10	45	20	20	20	70

(Kara, 2015)

Tip-1 TMU: Örnek 1

- Bilgisayar montajı örneğini aynı verilerle **U – tipi olarak** dengelersek karşımıza çıkan optimal çözüm 6 istasyonlu ve şu şekildedir:



(Kara, 2015)

Tip-1 TMU: Örnek 1

- Dengeleme sonucu, istasyon zamanı, istasyon boş zamanı ve toplam boş zaman verileri ise şöyle ortaya çıkmıştır:

	İSTASYON					
	1	2	3	4	5	6
ÇEVİRİM ZAMANI	140	140	140	140	140	140
İSTASYON ZAMANI	135	120	130	120	135	140
İSTASYON BOŞ ZAMANI	5	20	10	20	5	0

(Kara, 2015)

Tip-1 TMU: Örnek 1

- Bilgisayar montajı örneği, $C = 140$ için düz ve U – tipi olarak dengelendiğinde, **U – tipi dengelemenin** istasyon sayısı ve toplam boş zaman açısından daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. Bunun yanında, genel olarak U – tipi hat dengelemenin düz hat dengelemeye göre avantajlarını şöyle sıralayabiliriz:
 - İşçiler birbirlerine yakın bir şekilde çalıştıkları için aralarındaki iletişim ve etkileşim daha fazla olmaktadır. Ortaya çıkan her türlü problemde işçiler kolaylıkla birbirlerine yardım edebilirler.
 - İşçiler hattın çeşitli istasyonlarında çalıştıkları için kısa sürede çok fonksiyonlu işçi haline gelmektedirler. Böylece talepte meydana gelen değişmelere kolayca uyum sağlanabildiği gibi işçiler de ortaya çıkabilecek farklı problemleri çözme yeteneği kazanmaktadırlar. Çok fonksiyonlu işçiler farklı süreçler ve operasyonlar arası ilişkileri daha iyi kavrayarak iyileştirme çalışmalarına da daha fazla katkı yapabilmektedirler.

Tip-1 TMU: Örnek 1

- Talepte meydana gelen değişimlere bağlı olarak U-tipi montaj hattinin tamamlaması gereken ürün miktarı, çok fonksiyonlu işçilerin hatta eklenip çıkarılmasıyla kolayca ayarlanabilir. Düz montaj hatlarında hattin çıktısı çalışma saatleri ile ayarlanır.
 - Aynı miktarda çıktı elde etmek için U-tipi montaj hatlarında ihtiyaç duyulan istasyon sayısı düz montaj hatlarında ihtiyaç duyulan istasyon sayısına eşit veya bundan daha az olmaktadır, hiçbir zaman fazla olamaz.
 - U-tipi montaj hatları, yukarıda belirtilen üstünlüklerinin yani sıra düşük stok seviyeleri, basit malzeme taşıma, basit üretim planlama ve kontrol, yüksek kalite, ekip çalışması gibi çok sayıda avantaj da sağlamaktadır.

Tip-1 TMU: Sezgisel Cozum

- Su ana kadar bahsedilen sezgisel algoritmalar yalnızca TMD problemi için açıklanmıştır.
- Bir **TMU problemi** bu sezgisel algoritmalarla biriyle çözmek istenirse, algoritmada küçük ayarlamalar yapılarak TMU probleminin çözümüne uygun hale getirilmesi gerekir.
- Örneğin, **pozisyon ağırlığı** yöntemini düşünelim. TMD problemi için en büyük pozisyon ağırlığına sahip görevin atanmasının amacı, kendisinden sonra yapılması gereken görevlerin süresi en uzun olan görevi önceki istasyonlara atamak ve böylece istasyon sayısını azaltmaktır.
- Ancak, TMU probleminde öncelik diyagramı üzerinden gidilirse, öncülü olmayan veya öncülleri atanmış görevlerin yani sıra, ardili olmayan veya ardillari atanmış görevlerin atanabilmesi de söz konusu olacaktır.

Tip-1 TMU: Sezgisel Cozum

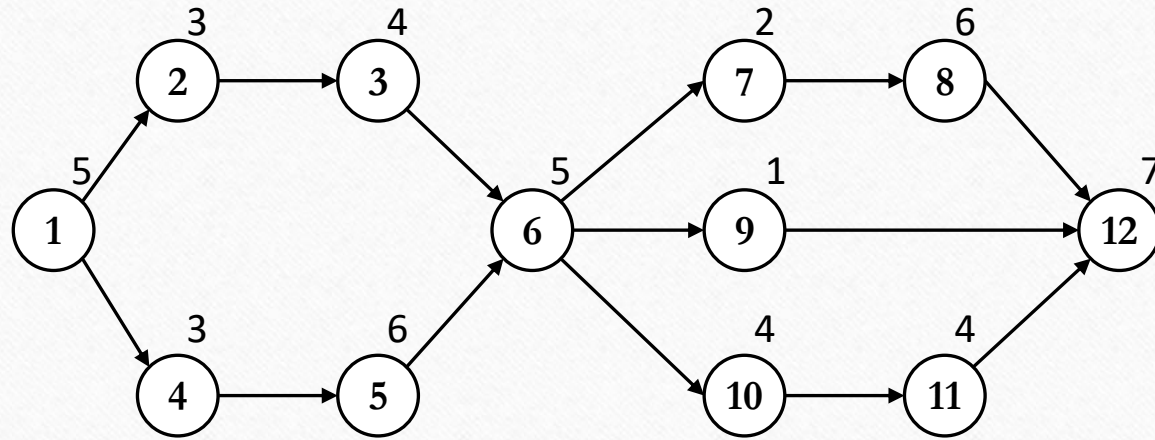
- Öncelik diyagramına göre ardili olmayan bir görev, öncelik diyagraminin en sonunda yer alan görevdir. Dolayısıyla, pozisyon ağırlığı kullanarak dengeleme yapacağımızda, kendisi ve kendisinden sonra yapılması gereken görevlerin süreleri toplamına eşit olan pozisyon ağırlığı bu görev için birşey ifade etmeyecektir.
- Ardili olmayan bir görevin pozisyon ağırlığı yalnızca kendi görev süresine eşit olacak ve diğer pozisyon ağırlıklarına göre oldukça küçük bir değer olacaktır. Bu durumda alternatifler arasından bu görevin seçilme ihtimali ortadan kalkacaktır.
- Buradan anlaşıldığı üzere, TMU probleminin yapısına bağlı olarak öncelik diyagramı üzerinden **hem ileriye doğru hem de geriye doğru** ilerleme imkanı bulunmakta ancak **geriye doğru ilerlerken** görevlerin seçilmesi sürecinde, ileriye doğru ilerlerken kullanılan seçme kriterinden **farklı bir kritere** ihtiyaç duyulmaktadır.

Tip-1 TMU: Sezgisel Cozum

- Bahsedilen bu kriter, pozisyon ağırlığı yöntemi için **ters pozisyon ağırlığı**'dir. **Ters pozisyon ağırlığı, pozisyon ağırlığının tersine, bir görevin kendi süresi ile tüm öncüllerinin görev süreleri toplamına eşittir.**
- TMU problemi pozisyon ağırlığı yöntemiyle dengelenirken, öncelik diyagramının hem ön hem de arka tarafından atanabilecek görevler karşımıza çıkacaktır.
- Atanabilir görevler kümesi bu iki kümenin birleşiminden oluşur ve bu görevler arasından seçim yaparken, öncelik diyagramının ön tarafından gelen görevler için pozisyon ağırlığı, arka tarafından gelen görevler için ters pozisyon ağırlığı değerleri dikkate alınır ve bu değerler arasından en büyük değere sahip görev seçilir.
- Bunu örnek üzerinden görelim.

Tip-1 TMU: Örnek 2

- Asagida oncelik diyagrami ve sureleri verilen problemi $C = 10$ için pozisyon ağırlığı yöntemi ile **U – tipi** hat yerlesiminde dengeleyelim.



(Kara, 2015)

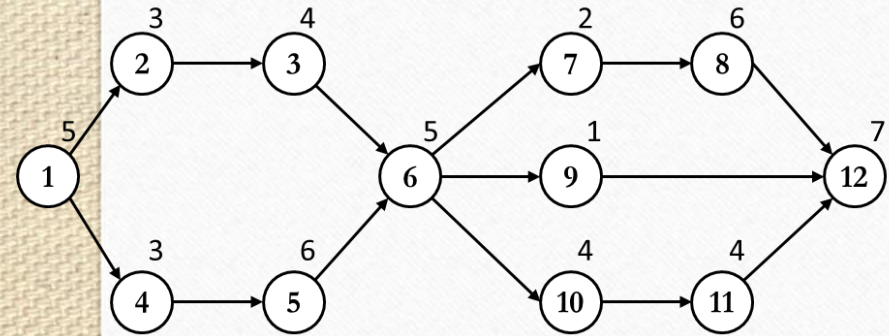
Tip-1 TMU: Örnek 2

- Öncelikle görevlerin pozisyon ağırlıklarını ve ters pozisyon ağırlıklarını belirleyelim.

Görev (i)	Pozisyon Ağırlığı	Ters Pozisyon Ağırlığı
1	50	5
2	36	8
3	33	12
4	38	8
5	35	14
6	29	26
7	15	28
8	13	34
9	8	27
10	15	30
11	11	34
12	7	50

(Kara, 2015)

Görev (i)	Pozisyon Ağırlığı	Ters Pozisyon Ağırlığı
1	50	5
2	36	8
3	33	12
4	38	8
5	35	14
6	29	26
7	15	28
8	13	34
9	8	27
10	15	30
11	11	34
12	7	50



Tip-1 TMU: Örnek 2

- Şimdi algoritmayı adım adım işletelim.

ATANABİLİR GÖREVLER	PA	TPA	ÖNC. DİY. KONUMU
1	50	5	ÖN
12	7	50	ARKA

- 1. görev için **PA**, 12. görev için **TPA** değerlerine bakıyoruz. Her ikisi de 50 olduğu için herhangi birini seçebiliriz. **1. görevi** seçelim ve 1. istasyona hattın **ön tarafına** atayalım.

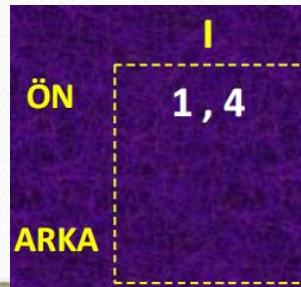


(Kara, 2015)

Tip-1 TMU: Örnek 2

ATANABİLİR GÖREVLER	PA	TPA	ÖNC. DİY. KONUMU
2	36	8	ÖN
4	38	8	ÖN
12	7	50	ARKA

- Normal ve ters PA'lar arasında en yüksek değer 50 ile 12. göreve aittir. Ancak 12. görev çevrim zamanı kısıtı nedeniyle 1. istasyona atanamaz. Bir sonraki en yüksek değer 4. göreve aittir ve bu görev 1. istasyona hattın **ön tarafından** atanır.



Tip-1 TMU: Örnek 2

ATANABİLİR GÖREVLER	PA	TPA	ÖNC. DİY. KONUMU
2	36	8	ÖN
5	35	14	ÖN
12	7	50	ARKA

- Atanabilir görevler arasında çevrim zamanı kısıtını ihlal etmeden 1. İstasyona atanabilecek görev yoktur. Yeni bir istasyon açılır ve en yüksek PA değerine sahip **12. Görev** hattın **arka tarafına** atanır.



Tip-1 TMU: Örnek 2

ATANABİLİR GÖREVLER	PA	TPA	ÖNC. DİY. KONUMU
2	36	8	ÖN
5	35	14	ÖN
8	13	34	ARKA
9	8	27	ARKA
11	11	34	ARKA

- En yüksek PA değerine sahip görev 36 ile **2. görevdir**. Cevrim zamani kisitini ihlal etmediği için 2. istasyonun **ön tarafına** atanir.

	I	II
ÖN	1, 4	2
ARKA		12

Tip-1 TMU: Örnek 2

ATANABİLİR GÖREVLER	PA	TPA	ÖNC. DİY. KONUMU
3	33	12	ÖN
5	35	14	ÖN
8	13	34	ARKA
9	8	27	ARKA
11	11	34	ARKA

- Atanabilir görevler arasında çevrim zamanı kısıtı nedeniyle bu istasyona atanabilecek görev yoktur. 3. istasyon açılır ve **5. görev** hattın **ön tarafına** atanır.

	I	II	III
ÖN	1, 4	2	5
ARKA		12	

Tip-1 TMU: Örnek 2

ATANABİLİR GÖREVLER	PA	TPA	ÖNC. DİY. KONUMU
3	33	12	ÖN
8	13	34	ARKA
9	8	27	ARKA
11	11	34	ARKA

- Atanabilir görevler arasında en yüksek PA değerine sahip görevler 8 ve 11'dir. 8. görev çevrim zamanı kısıtını sağlamadığı için **11. görev** seçilir ve hattın **arka tarafına** atanır.

	I	II	III
ÖN	1, 4	2	5
ARKA		12	11

Tip-1 TMU: Örnek 2

ATANABİLİR GÖREVLER	PA	TPA	ÖNC. DİY. KONUMU
3	33	12	ÖN
8	13	34	ARKA
9	8	27	ARKA
10	15	30	ARKA

- Atanabilir görevler arasında çevrim zamanı kısıtı nedeniyle bu istasyona atanabilecek görev yoktur. 4. istasyon açılır ve **8. görev** hattın **arka tarafına** atanır.

	I	II	III	IV
ÖN	1, 4	2	5	
ARKA		12	11	8

Tip-1 TMU: Örnek 2

ATANABİLİR GÖREVLER	PA	TPA	ÖNC. DİY. KONUMU
3	33	12	ÖN
7	15	28	ARKA
9	8	27	ARKA
10	15	30	ARKA

- En yüksek PA değerine sahip görev **3. görevdir** ve 4. istasyona hattın **ön tarafına** atanır.

	I	II	III	IV
ÖN	1, 4	2	5	3
ARKA		12	11	8

Tip-1 TMU: Örnek 2

ATANABİLİR GÖREVLER	PA	TPA	ÖNC. DİY. KONUMU
6	29	26	ÖN
7	15	28	ARKA
9	8	27	ARKA
10	15	30	ARKA

- Atanabilir görevler arasında çevrim zamanı kısıtı nedeniyle bu istasyona atanabilecek görev yoktur. 5. istasyon açılır ve **10. görev** hattın **arka tarafına** atanır.

	I	II	III	IV	V
ÖN	1, 4	2	5	3	
ARKA		12	11	8	10

Tip-1 TMU: Örnek 2

ATANABİLİR GÖREVLER	PA	TPA	ÖNC. DİY. KONUMU
6	29	26	ÖN
7	15	28	ARKA
9	8	27	ARKA

- Atanabilir görevler arasında en yüksek PA değerine sahip görev 29 ile **6. görevdir** ve hattın **ön tarafına** atanır.

	I	II	III	IV	V
ÖN	1, 4	2	5	3	6
ARKA		12	11	8	10

Tip-1 TMU: Örnek 2

ATANABİLİR GÖREVLER	PA	TPA	ÖNC. DİY. KONUMU
7	15	28	ÖN – ARKA
9	8	27	ÖN – ARKA

- Atanabilir görevler arasında en yüksek PA değerine sahip görev olan 7. görev çevrim zamani kisiti nedeniyle bu istasyona atanamaz. Diğer görev olan 9. görev ise bu istasyona hattın hem ön hem arka tarafına atanabilir. Biz **arkaya** atayalım.

	I	II	III	IV	V
ÖN	1, 4	2	5	3	6
ARKA		12	11	8	10, 9

Tip-1 TMU: Örnek 2

ATANABİLİR GÖREVLER	PA	TPA	ÖNC. DİY. KONUMU
7	15	28	ÖN – ARKA

- Geriye kalan 7. görev ise çevrim zamanı kısıtı nedeniyle bu istasyona atanamaz ve 6. istasyon açılarak bu istasyona atanır.



İst.	Atanabilir	Atanan	Ön/Arka	İst Zamanı	Boş Zaman
1	1,12	1	Ön	5	5
	2,4,12	4	Ön	8	2
2	2,5,12	12	Arka	7	3
	2,5,8,9,11	2	Ön	10	0
3	3,5,8,9,11	5	Ön	6	4
	3,8,9,11	11	Arka	10	0
4	3,8,9,10	8	Arka	6	4
	3,7,9,10	3	Ön	10	0
5	6,7,9,10	10	Arka	4	6
	6,7,9	6	Ön	9	1
	7,9	9	Arka	10	0
6	7	7	Ön	2	8

Bölüm Kaynakları

- Kara, Y., 2015. Uretim Planlama-II Ders Notları, Selçuk Üniversitesi, Konya, <http://goo.gl/Uccn8S>.
- Kara, Y., 2004. "U-tipi Montaj Hattı Dengeleme Problemleri için Yeni Modeller ve Otomotiv Yan Sanayiinde Bir Uygulama", Yayınlanmamış Doktora Tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Urban, T.L., 1998. "Optimal Balancing of U-shaped Assembly Lines". Management Science 44: 5, 738-741.

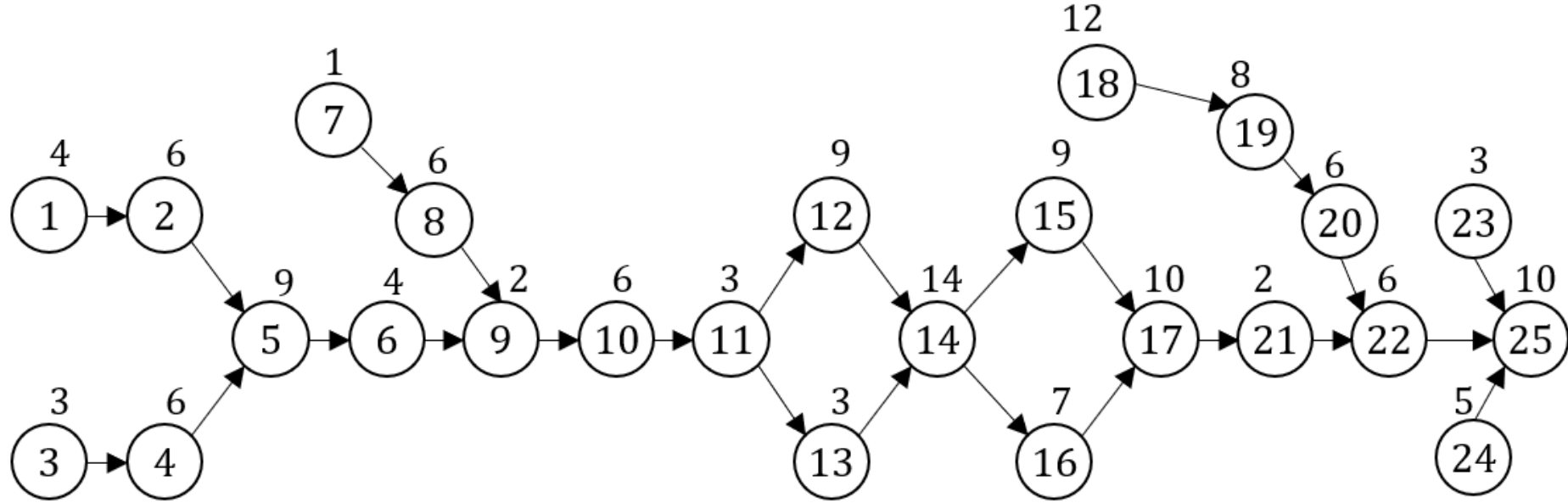
Problem #1:

U-tipi bir montaj hattında bir ürünün üretimi için yapılması gereken 13 farklı iş ögesi vardır. Bu ürünün yılda 72.000 adet üretilmesi istenmektedir. İşletme yılda 300 gün üretimde bulunmaktadır. Her gün 3 vardiya halinde çalışılmakta olup her vardiya 8 saattir.

Montaj hattındaki iş öğelerine ilişkin standart işlem süreleri ve komşu ardılları yandaki tabloda verilmiştir.

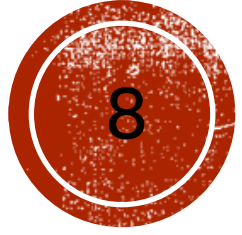
Görev	Süre (dk)	Komşu Ardıl(lar)
1	3	3
2	1	4
3	2	5
4	1	7
5	4	7
6	5	7
7	3	8,9,10
8	6	11
9	4	11,12
10	2	12
11	3	13
12	3	13
13	1	-

ÖDEV-1: U tipi MHD problemini $C=16$ için GAMS'te çözerek optimum sonucu elde ediniz.



ÖDEV-2: Aynı U-tipi MHD problemi için $C= 14-22$ aralığında optimum LE değerini veren çevrim zamanını belirleyiniz.

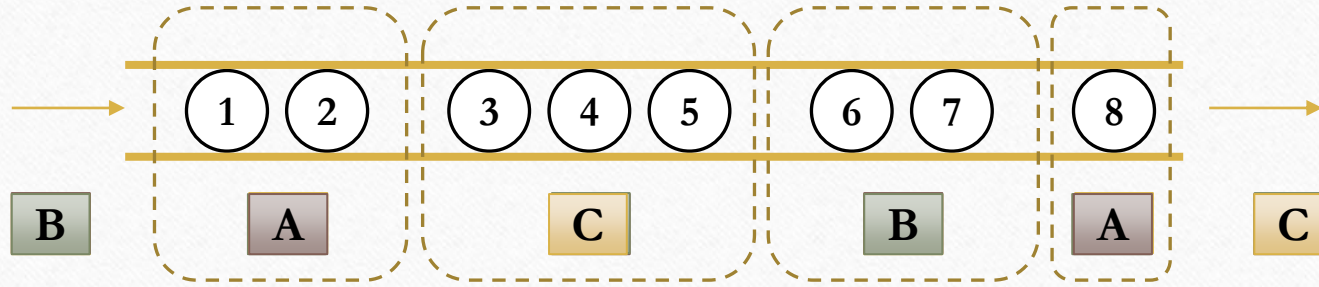
Çözümler Teams->Ödevler sekmesinden gönderilecektir.



Karışık Modelli Düz Montaj Hattı Dengeleme Problemi

KMD

- Farkli ürünlerin veya ayni ürünün farkli modellerinin ayni hat üzerinde üretildiği veya montajinin gerçekleştirildiği üretim tarzi **çok modelli (multi-model) veya karişik modelli (mixed-model) üretim** olarak adlandırilir.
- Çok modelli üretimde çeşitli modeller ayni hat üzerinde **partiler halinde** üretilir.
- Karişik modelli üretimde ise hattaki parti büyüklüğü bir adede kadar düşebilmektedir.



KMD

- Karişik modelli üretimin başarisi “**karişik modelli hat dengeleme**” ve “**model siralama**” olarak adlandırılan iki önemli problemin etkili çözümlerine bağlıdır.
- **Karişik modelli montaj hattı dengeleme** probleminin (**KMD**) tek modelli montaj hattı dengeleme probleminden farkı, hatta üretilen model çeşidinin birden fazla olması nedeniyle, görevlerin, **görev sürelerinin** ve **öncelik ilişkilerinin** modeller arasında farklılık göstermesidir.
- **Model siralama problemi** ise, montaj hattında üretilen çeşitli modellerin **hangi sirada** üretileceklerinin belirlenmesi ile ilgilidir.

KMD

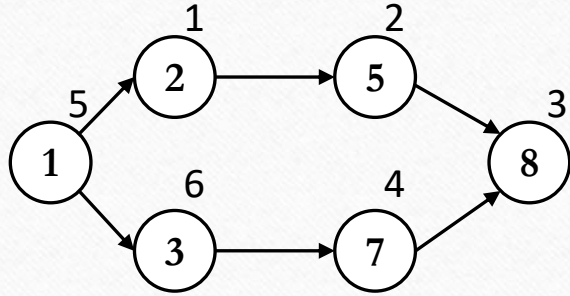
- Bugüne kadar yapılan çalışmalar incelendiğinde, karışık modelli montaj hattı dengeleme problemlerinin çözümünde izlenen genel yaklaşım “Birleştirilmiş (combined) öncelik ilişkileri diyagramı” kullanımından yanadır.

KMD

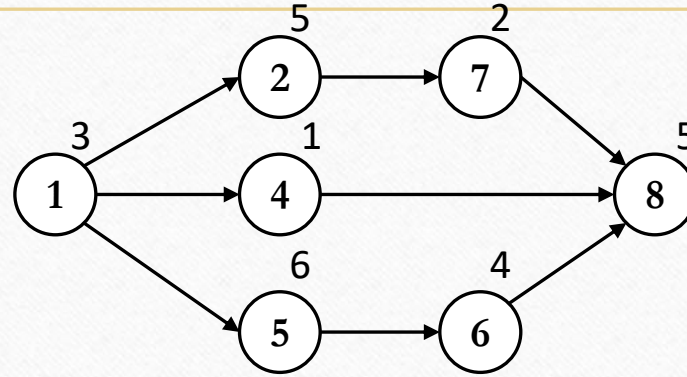
Birleştirilmiş Öncelik Diyagrami Yontemi:

- Birden fazla sayidaki modele ait öncelik diyagramlarını temsil eden ortak bir öncelik diyagramıdır. Bu yaklaşım, problemin çözümünü etkileyen değişken sayısını önemli derecede düşürmektedir.
- Fakat burada dikkat edilmesi gereken en önemli nokta, farklı modellerdeki öncelik ilişkileri arasında herhangi bir uyumsuzluğun olmaması gerektiğidir. Baska bir deyişle, eğer bir modelde 2 numaralı görevin 1 numaralı görevden sonra yapılması gerekiyorsa, diğer bütün modellerde de 2 numaralı görevin 1 numaralı görevden sonra yapılması gerekir.

KMD

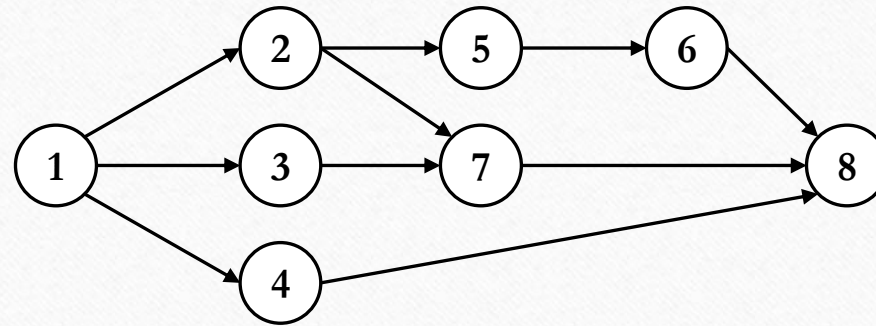


A Modeli



B Modeli

- Örneğin, yukarıda verilen A ve B gibi iki farklı modele ait öncelik diyagramları için geçerli olan birleştirilmiş öncelik diyagramı şu şekildedir:



**Birleştirilmiş
Öncelik Diyagramı**

KMD

Ürün Karmasının Belirlenmesi:

- Bir m modelinin talebinin karşılanabilmesi için ürün karması içerisinde kaç defa yer alacağı aşağıdaki formül kullanılarak hesaplanabilir:

$$MP_m = \frac{D_m}{gcd}$$

$$gcd = EBOB\{D_{m \in M}\}$$

- burada D_m terimi m modelinin talebini temsil eder ve gcd ise model taleplerinin en büyük ortak bölenidir. Ürün karması içerisinde her bir modelin kaç defa temsil edileceği ise aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$MPS = \{MP_1, MP_2, \dots, MP_{m \in M}\}$$

KMD

- Bunu da bir örnek vererek açıklayalım. A, B ve C modellerinin üretildiği karışık modelli bir hat düşünelim. Bu modellere ait günlük talepler sırasıyla $D_A=50$ adet, $D_B=30$ adet, $D_C=20$ adet ve günlük net çalışma süresi 480 dakika kabul edilsin. Bu durumda ürün karması içinde yer alacak A, B ve C modellerinin sayısı aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$gcd = EBOB\{D_A, D_B, D_C\} = EBOB\{50, 30, 20\} = 10$$

$$MP_A = \frac{D_A}{gcd} = \frac{50}{10} = 5, MP_B = \frac{D_B}{gcd} = \frac{30}{10} = 3, MP_C = \frac{D_C}{gcd} = \frac{20}{10} = 2$$

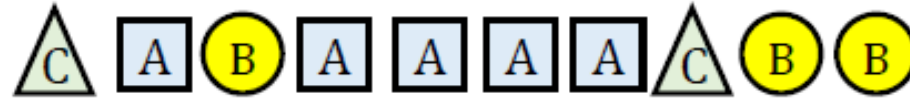
- Bu durumda ürün karması içerisinde A modelinin 5 kez, B modelinin 3 kez, C modelinin 2 kez temsil edilmesi gerekmektedir:

$$MPS = \{MP_A, MP_B, MP_C\} = \{5, 3, 2\}.$$

$D_A = 50$ adet
 $D_B = 30$ adet
 $D_C = 20$ adet
 $P = 480$ dk

Çevrim Zamanı:
 $480/100=4.8$ dk/adet

Elde edilen ürün karmasını sağlayacak örnek
model sıralamaları



Belirlenen üretim sırası günde 10 kez tekrarlanır

KMD

Ayarlanmış Görev Süreleri:

- Farkli modellerde ortak olan görevlerin zamanlarının ağırlıklı ortalamalarının hesaplanması suretiyle problemin dönüştürüldüğü yöntemler ise **ayarlanmış görev süreleri** yöntemleri olarak adlandırılır.
- 24 saatlik (1440 dak.) bir üretim dönemi için yukarıda öncelik diyagramları verilen A ve B modellerinin taleplerinin sırasıyla 120 adet ve 60 adet olduğunu ve model sırasının “AAB” şeklinde olduğunu düşünelim.
- Bu durumda, belirlenen 1440 dakikalık üretim dönemi için çevrim zamanı;
$$C = 1440 \text{ dakika} / (120+60) \text{ adet} = 8 \text{ dakika/adet}$$
 olarak hesaplanır.

KMD

- Herhangi bir görev için ağırlıklı ortalama görev süresi, üretim döneminde o görev için harcanan toplam sürenin toplam üretim miktarına oranıdır.
- Bir görevin (i) ağırlıklı ortalama görev süresi (wt_i) şu şekilde bulunur:

$$wt_i = \frac{\sum_{j \in M} t_{ij} D_j}{\sum_{j \in M} D_j}$$

D_j : j modelinin talebi ($j \in M$)

t_{ij} : j modeline ait i görevini gerçekleştirmek için gereken süre

KMD

- Bu örnek için ağırlıklı ortalama görev süreleri aşağıda görüldüğü gibi hesaplanır:

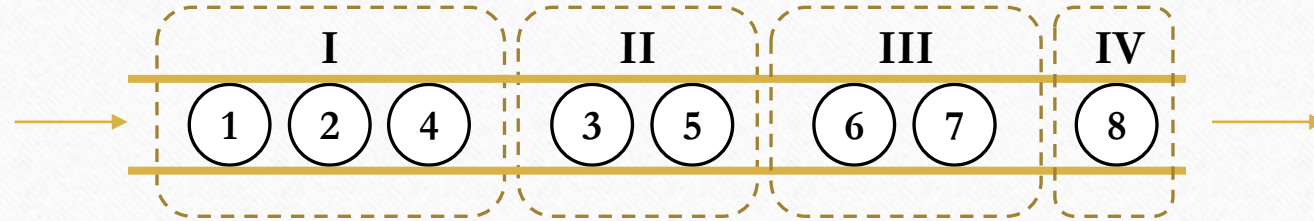
Görev (i)	Görev Süreleri		
	Model A (t_{iA})	Model B (t_{iB})	Ağırlıklı Ortalama (wt_i)
1	5	3	$(120 \times 5 + 60 \times 3) / 180 = 4.33$
2	1	5	$(120 \times 1 + 60 \times 5) / 180 = 2.33$
3	6	0	$(120 \times 6 + 60 \times 0) / 180 = 4.00$
4	0	1	$(120 \times 0 + 60 \times 1) / 180 = 0.33$
5	2	6	$(120 \times 2 + 60 \times 6) / 180 = 3.33$
6	0	4	$(120 \times 0 + 60 \times 4) / 180 = 1.33$
7	4	2	$(120 \times 4 + 60 \times 2) / 180 = 3.33$
8	3	5	$(120 \times 3 + 60 \times 5) / 180 = 3.66$

KMD

- Karişik modelli montaj hattı dengeleme problemleri, birleştirilmiş öncelik diyagramı ve ağırlıklı ortalama görev süreleri ile tek modelli montaj hattı dengeleme problemine dönüştürölmüş olur.
- Karişik modelli problem tek modelli montaj hattı dengeleme problemine dönüştüröldükten sonra herhangi bir yöntemle çözülebilir. Fakat dengelemede ağırlıklı ortalama görev sürelerinin kullanılması, dengeleme sonrasında **gerçek görev süreleri dikkate alındığında** bazı istasyonların iř yüklerinin **çevrim zamanını aşması** durumunun ortaya çıkmasına sebep olabilmektedir.
- Düz montaj hatlarında bu durumu ortadan kaldıracı için **düzgünleştirme algoritmaları** kullanılmaktadır.

KMD

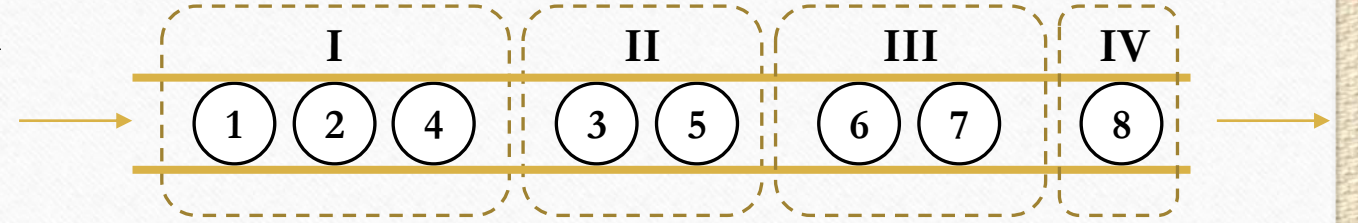
- Yukarıdaki örnek problem, birleştirilmiş öncelik diyagramı ve ağırlıklı ortalama görev süreleri ile, 8 dakikalık çevrim zamanı için düz montaj hattı olarak dengelendiğinde ortaya çıkan optimal hat dengesi 4 istasyondan oluşmaktadır ve şöyledir:



KMD

Bu montaj hattında herhangi bir çevrimde bir istasyonda sadece bir modelin üretimi söz konusudur.

Farklı modeller için bu dört istasyonun iş yükleri tabloda verilmiştir.



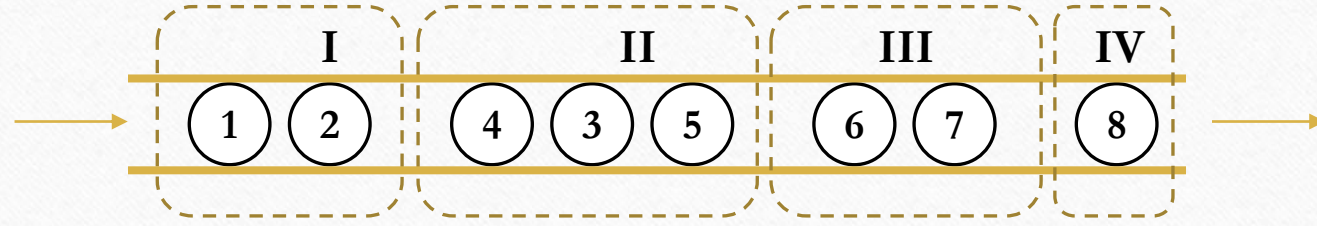
1. Çevrim: A için İş Yüku				
2. Çevrim: A için İş Yüku				
3. Çevrim: B için İş Yüku				

Tabloda görüldüğü gibi, birinci istasyonda B modelinin üretimi söz konusu olduğunda istasyon yükü **8 dakikalık çevrim zamanını aşmaktadır.**

KMD

- Ayarlanmış görev süreleri kullanılarak dengelenmiş montaj hatlarında, elde edilen optimal istasyon sayısı değiştirilmeden ardışık iş istasyonları arasında bazı görev değişiklikleri yapmak suretiyle **(düzgünleştirme)** çevrim zamanını aşan iş yükleri en aza indirilmeye çalışılabilir.
- Bu örnekte 1. istasyonda yer alan 4 numaralı görev 2. istasyona kaydırılırsa hem öncelik ilişkileri ihlal edilmemiş hem de gerçek görev süreleri göz önüne alındığında tüm istasyonlar için çevrim zamanı kısıtı sağlanmış olacaktır.

KMD



					Toplam Zaman	Boş Zaman
1. Cevrim: A için Is Yuku						
2. Cevrim: A için Is Yuku						
3. Cevrim: B için Is Yuku						

Tüm modeller ve istasyonlar için
cevrim zamanı kısıtı sağlandı.

$$WLE(\%) = \frac{\text{Kullanılan Etkin Zaman Toplamı}}{\text{Ayrılan Zaman}} \times 100 = \dots$$

VEYA

$$WLE(\%) = \frac{\text{Ağırlıklı Görev Süreleri Toplamı}}{K \times C} \times 100 = \dots$$

$$WBD(\%) = 100 - WLE(\%) = \dots$$

KMD-Matematiksel Model

- Ayarlanmış görev süreleri kullanılarak dengeleme yapılması durumunda, değişken ve kısıt sayısında önemli bir azalma olurken, dengeleme işleminden sonra bir takım düzgünleştirme işlemlerine ihtiyaç duyulduğu belirtilmişti.
- Ancak bazı durumlarda, öncelik ilişkileri ve çevrim zamanı kısıtları nedeniyle düzgünleştirme işlemi yapılamayacak çözümlerle karşılaşabilecektir.
- Bu durumda gerçek görev süreleri göz önüne alındığında çevrim zamanı kısıtı sağlanmamış olacaktır. Hem bu durumun üstesinden gelmek hem de düzgünleştirme işlemine ihtiyaç duymamak için, KMD problemini, değişken ve kısıt sayısının artmasına göz yumarak bir takım matematiksel modeller yardımıyla çözmek mümkündür.
- Bu modellerden birini inceleyelim.

KMD

- KMD problemi için kullanılan bu modelde, öncelik ilişkilerini yine **birleştirilmiş öncelik diyagramı** üzerinden sağlarken, görev süreleri için **gerçek görev sürelerini** kullanacağız.
- Modelin varsayımları şöyledir:
 - Görevlerin her bir model için görev süreleri bellidir ve bilinmektedir. Ortak görevler farklı modellerde farklı görev sürelerine sahip olabilir.
 - Her bir model için görevlerin aralarındaki öncelik ilişkileri bilinmektedir.
 - İstasyonlar arası ara stoklara izin verilmemektedir.
 - Farklı modellerdeki ortak görevler aynı istasyona atanmak zorundadır.

KMD

Notasyon:

- i, r, s : görev
- k : istasyon
- j : model (urun)
- C : çevrim zamanı
- K_{max} : maksimum istasyon sayısı
- N : toplam görev sayısı
- J : Model sayısı
- t_{ij} : i görevinin j modeli için tamamlanma süresi
- S : öncelik ilişkileri kümesi
- $(r, s) \in S$: Bir öncelik ilişkisi; r görevi s görevinin komşu öncülüdür
- x_{ik} : 1, i görevi k istasyonuna atanmış ise; 0, aksi halde
- z_k : 1, k istasyonu açılmış ise; 0, aksi halde

KMD

**Amac
Fonksiyonu**

$$\text{Minimize } \sum_{k=1}^{K_{max}} z_k \quad (1)$$

KISITLAR

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} x_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N t_{ij} x_{ik} \leq C \cdot z_k \quad \forall k, \forall j \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} k(x_{rk} - x_{sk}) \leq 0 \quad \forall (r, s) \in S \quad (4)$$

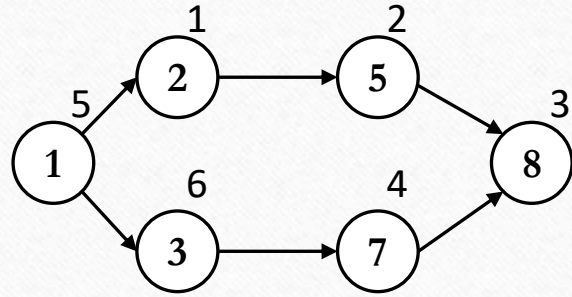
$$x_{ik}, z_k \in \{0,1\} \quad \forall i; \forall k \quad (5)$$

KMD

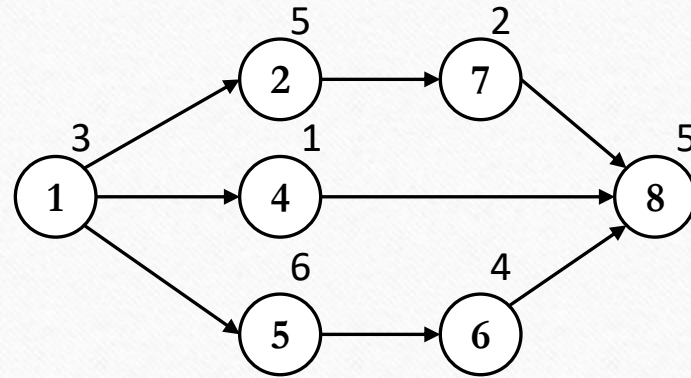
- Problemin amaç fonksiyonu **(1)**, hat boyunca açılan **istasyon sayısını minimize etmeye** yöneliktir.
- **2 numaralı kısıt**, bütün görevlerin istasyonlara atanmasını ve her görevin bir kere atanmasını sağlamaktadır.
- **3 numaralı kısıt**, açılan bir istasyondaki görevlerin görev süreleri toplamının her model için o modelin çevrim zamanını aşmaması içindir.
- **4 numaralı kısıt** birleştirilmiş öncelik diyagramına göre, öncülü olan bir görevin ya öncülüyle aynı istasyona ya da öncülünden sonraki bir istasyona atanmasını sağlamaktadır.
- **5 numaralı kısıt** ise modeldeki bütün x_{ik} ve z_k değişkenlerinin ikili düzende (binary) (0–1) olduğunu ifade etmektedir.

KMD

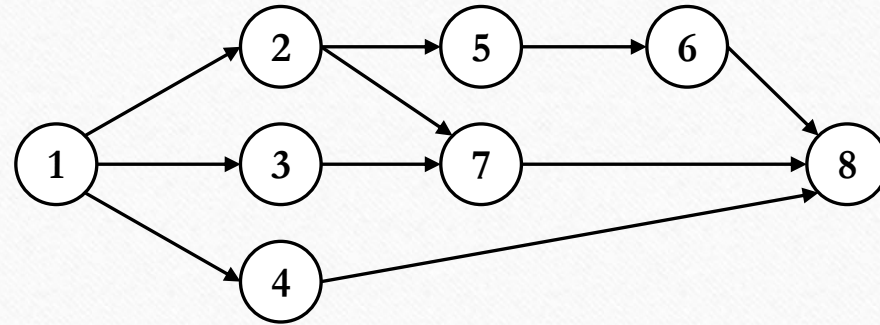
- Ornek:** Daha once verilen 2 modelli ornek problem icin $C=15$ kabul ederek acik matematiksel modeli kuralim.



A Modeli



B Modeli



**Birlestirilmis
Oncelik Diyagrami**

KMD

- A modeli için $K_{min} = \max \left\{ \left[\frac{21}{15} \right]^+ 0, \right\} = 2$
- B modeli için $K_{min} = \max \left\{ \left[\frac{26}{15} \right]^+ 0, \right\} = 2$

Bu durumda $K_{max} = 3$ olsun

Amac Fonksiyonu:

$$\text{Minimize } z_1 + z_2 + z_3$$

KMD

Atama Kisitlari:

1. gorev icin (i=1): $x_{11} + x_{12} + x_{13} = 1$
2. gorev icin (i=2): $x_{21} + x_{22} + x_{23} = 1$
3. gorev icin (i=3): $x_{31} + x_{32} + x_{33} = 1$
4. gorev icin (i=4): $x_{41} + x_{42} + x_{43} = 1$
5. gorev icin (i=5): $x_{51} + x_{52} + x_{53} = 1$
6. gorev icin (i=6): $x_{61} + x_{62} + x_{63} = 1$
7. gorev icin (i=7): $x_{71} + x_{72} + x_{73} = 1$
8. gorev icin (i=8): $x_{81} + x_{82} + x_{83} = 1$

KMD

Cevrim Zamani Kisitlari:

A Modeli Icin

1. istasyon icin (k=1): $5x_{11} + 1x_{21} + 6x_{31} + 2x_{51} + 4x_{71} + 3x_{81} \leq 15z_1$

2. istasyon icin (k=2): $5x_{12} + 1x_{22} + 6x_{32} + 2x_{52} + 4x_{72} + 3x_{82} \leq 15z_2$

3. istasyon icin (k=3): $5x_{12} + 1x_{22} + 6x_{32} + 2x_{52} + 4x_{72} + 3x_{82} \leq 15z_3$

B Modeli Icin

1. istasyon icin (k=1): $3x_{11} + 5x_{21} + 1x_{41} + 6x_{51} + 4x_{61} + 2x_{71} + 5x_{81} \leq 15z_1$

2. istasyon icin (k=2): $3x_{12} + 5x_{22} + 1x_{42} + 6x_{52} + 4x_{62} + 2x_{72} + 5x_{82} \leq 15z_2$

3. istasyon icin (k=3): $3x_{13} + 5x_{23} + 1x_{43} + 6x_{53} + 4x_{63} + 2x_{73} + 5x_{83} \leq 15z_3$

KMD

Oncelik Iliskileri Kisitlari:

$$S = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,5), (2,7), (3,7), (4,8), (5,6), (6,8), (7,8)\}$$

$$(1,2) \text{ iliskisi icin: } 1(x_{11} - x_{21}) + 2(x_{12} - x_{22}) + 3(x_{13} - x_{23}) \leq 0$$

$$(1,3) \text{ iliskisi icin: } 1(x_{11} - x_{31}) + 2(x_{12} - x_{32}) + 3(x_{13} - x_{33}) \leq 0$$

$$(1,4) \text{ iliskisi icin: } 1(x_{11} - x_{41}) + 2(x_{12} - x_{42}) + 3(x_{13} - x_{43}) \leq 0$$

$$(2,5) \text{ iliskisi icin: } 1(x_{21} - x_{51}) + 2(x_{22} - x_{52}) + 3(x_{23} - x_{53}) \leq 0$$

$$(2,7) \text{ iliskisi icin: } 1(x_{21} - x_{71}) + 2(x_{22} - x_{72}) + 3(x_{23} - x_{73}) \leq 0$$

$$(3,7) \text{ iliskisi icin: } 1(x_{31} - x_{71}) + 2(x_{32} - x_{72}) + 3(x_{33} - x_{73}) \leq 0$$

$$(4,8) \text{ iliskisi icin: } 1(x_{41} - x_{81}) + 2(x_{42} - x_{82}) + 3(x_{43} - x_{83}) \leq 0$$

$$(5,6) \text{ iliskisi icin: } 1(x_{51} - x_{61}) + 2(x_{52} - x_{62}) + 3(x_{53} - x_{63}) \leq 0$$

$$(6,8) \text{ iliskisi icin: } 1(x_{61} - x_{81}) + 2(x_{62} - x_{82}) + 3(x_{63} - x_{83}) \leq 0$$

$$(7,8) \text{ iliskisi icin: } 1(x_{71} - x_{81}) + 2(x_{72} - x_{82}) + 3(x_{73} - x_{83}) \leq 0$$

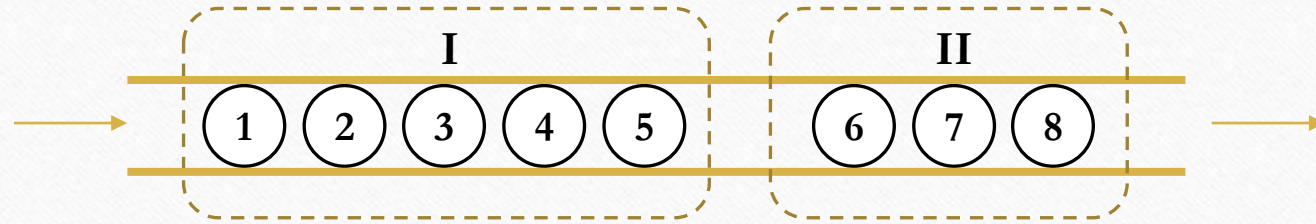
KMD

Isaret (Yön) Kısıtlari:

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, \dots, x_{81}, x_{82}, x_{83} \in \{0,1\}$$

$$z_1, z_2, z_3 \in \{0,1\}$$

Modelin çözümlmesi sonucu elde edilecek optimal hat dengesi şöyle olacaktır:



1. Cevrim: A için Is Yuku	14 (=5+1+6+0+2)	7 (=0+4+3)
2. Cevrim: A için Is Yuku	14 (=5+1+6+0+2)	7 (=0+4+3)
3. Cevrim: B için Is Yuku	15 (=3+5+0+1+6)	11 (=4+2+5)

WLE(%) ve
WBD(%)
değerlerini
hesaplayınız.

Bölüm Kaynakları

- Kara, Y., 2015. Uretim Planlama-II Ders Notlari, Selcuk Universitesi, Konya, <http://goo.gl/Uccn8S>.
- Kara, Y., 2004. “U-tipi Montaj Hatti Dengeleme Problemleri için Yeni Modeller ve Otomotiv Yan Sanayiinde Bir Uygulama”, Yayinlanmamış Doktora Tezi, Selçuk Üniversitesi, Konya.
- ACAR, Nesime, “Üretim Planlaması Yöntem ve Uygulamaları”, MPM Ankara, 1989.
- Karaca, M., Montaj Hatlari, SDÜ İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, Cilt 1, Sayı 1, 1996.
- Krajewski, L.J., Ritzman, L.P., Malhotra, M.K., Uretim Yonetimi 9. Baski (Orjinal Ismi: Operations Research, Prentice Hall), Ceviri Editoru: Semra Birgun, Nobel Yayinlari, <http://www.nobelyayin.com/detay.asp?u=3310>
- Kucukkoc, I., Modelling and Solving Mixed-model Parallel Two-sided Assembly Line Problems, Doktora Tezi, University of Exeter, Agustos 2015, <http://hdl.handle.net/10871/18917>